УДК 674.2:624.011.15

Б.Д. Руденко

Сибирский государственный технологический университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ЦЕМЕНТНО-ДРЕВЕСНОГО КОМПОЗИТА В ПРОЦЕССЕ ЭКСПЛУАТАЦИИ

Полученная в ходе исследований картина распределения деформаций во времени позволяет прогнозировать долговечность цементно-древесного композита и конструкций из него.

Ключевые слова: статическая характеристика, деформация, статистическая модель, композит.

В процессе эксплуатации цементно-древесных композиционных материалов наблюдаются их деформации, вызванные внешними или внутренними воздействиями, механическими, тепловыми, структурными и др. Характер деформаций зависит от структуры композита. Моделирование деформационных явлений позволяет выявлять эксплуатационные свойства композитов и, следовательно, пути их улучшения.

Цель наших исследований – установление возможности использования статических моделей при определении статистических характеристик деформаций цементно-древесного композита.

Рассмотрим особенности определения статистических характеристик деформаций цементно-древесного композита под воздействием механической нагрузки. При рассмотрении этого вопроса на основании положений [2] в качестве аргумента следует использовать не продолжительность t воздействия механической нагрузки, а деформацию l. Тогда статистические характеристики можно определить по следующим формулам:

дисперсия

$$\sigma_q^2 = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} q_i^2(l)/n; \tag{1}$$

корреляционная функция распределения деформаций конгломерата

$$R_q(l, l+\Delta l) = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} q_1(l) q_2(l)/n; \tag{2}$$

нормированная корреляционная функция

$$\rho(\Delta Д) = \frac{R_q(\Delta l)}{\sigma_q^2}. \tag{3}$$

Здесь n – число кривых в ансамбле.

Исходной кривой является распределение во времени деформаций $q(l)$, по которой обычным методом определяют как корреляционную функцию $R_q(l, l + \Delta l) = R_q(\Delta l)$, так и спектральную плотность $S_q(\omega)$ (для стационарного процесса). При этом аргументы l и $l + \Delta l$ корреляционной функции будут иметь размерность длины (метр), а аргумент ω спектральной плотности – метр в минус первой. Здесь частота $\omega = 2\pi/L_0$ (где L_0 – длина колебательной волны). Для перехода от аргумента времени τ к аргументу l и от аргумента ω (секунда в минус первой) к аргументу ω_1 нужно τ и ω умножить на скорость (v, м/с) распределения деформаций, т.е. $l = \tau v$; $\omega_1 = \omega v$. При $v = 1$ м/с численные значения l и τ, а также ω и ω_1 совпадают.

Эти характеристики, найденные в функции распределения во времени, определяются в рассматриваемом случае как сигналы для распределения деформаций. Эти сигналы следует выражать через аргументы τ и ω, так как выходные сигналы здесь будут зависеть от распространения деформаций.

Таким образом, чтобы перейти от случайной функции $q(t)$ к случайному процессу $q(t)$, который и представляет собой реакцию динамической системы, нужно аргумент l разделить на скорость v распределения деформаций.

При оценке воздействия механических усилий на конгломерат можно использовать интервалы времени Δl, через которые измеряются ординаты профиля деформаций $q(l)$ во времени (при числе измерений от 40 до 50): для арболита $\Delta l = 10 \dots 20$ ч (при $l = 90$ сут); для ЦСП – 40 … 50 ч (при $l = 180$ сут); для бетона – 10 … 20 ч (при $l = 45$ сут).

Корреляционные функции случайного процесса являются функциями неслучайными и аппроксимируются различными функциональными зависимостями. При этом следует выдерживать условие, чтобы аппроксимирующие функции были простыми и при аппроксимации корреляционных функций $R_x(t)$ с увеличением сдвига функция $f(t)$ затухала. Это требование выдерживается, если использовать функцию

$$f(t) = e^{-\alpha_1 \tau} \cos \beta_1 \tau. \tag{4}$$

Приведенная на рис. 1 типичная кривая корреляционной функции случайного процесса аппроксимируется зависимостью

$$R_x(\tau) = D_x e^{-\alpha_1 |\tau|}. \tag{5}$$

По зависимости видно, что связь между ординатами случайного процесса, описываемая корреляционной функцией, при увеличении τ уменьшается (корреляционная функция уменьшается). Подобное изменение корреляционной функции с ростом времени τ характерно для случайных процессов.

Наряду с приведенной зависимостью могут быть использованы зависимости

$$R_x(\tau) = D_x e^{-\alpha|\tau|} \cos\beta\tau; \tag{6}$$

$$R_x(\tau) = D_x e^{-\alpha|\tau|} (\cos\beta\tau + \frac{\alpha}{\beta} \sin\beta\tau) \tag{7}$$

или соответствующие им нормированные корреляционные функции:

$$\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}; \tag{8}$$

$$\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \cos\beta\tau; \tag{9}$$

$$\rho_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} (\cos\beta\tau + \frac{\alpha}{\beta} \sin\beta\tau). \tag{10}$$

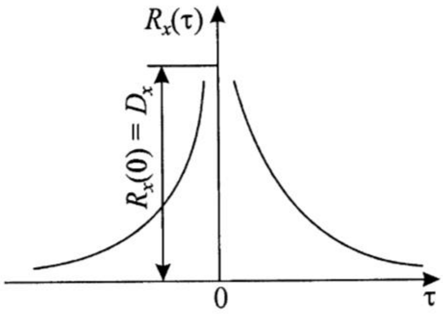

Рис. 1. Типичная кривая корреляционной функции

В общем случае для нормированной корреляционной функции можно использовать выражение

$$\rho(\tau) = \sum_{i=1}^{n} A_i e^{-\alpha_i|\tau|} \cos\beta_i \tau\,. \qquad (11)$$

Можно ограничиться n = 2, и тогда

$$\rho(\tau) = A_i e^{-\alpha_i|\tau|} \cos\beta_i \tau + A_2 e^{-\alpha_2|\tau|} \cos\beta_2 \tau \qquad (12)$$

либо

$$\rho(\tau) = A_i e^{-\alpha_i|\tau|} + A_2 e^{-\alpha_2|\tau|} \cos\beta_2 \tau\,, \qquad (13)$$

где $A_1 + A_2 = 1$ – безразмерные коэффициенты.

Здесь коэффициенты α и β определяют свойства корреляционной функции и, соответственно, самого случайного процесса, при этом α определяет интенсивность затухания корреляционной функции, а β – среднюю частоту составляющих случайного процесса.

Корреляционную функцию профиля деформаций во времени следует выражать через аргумент расстояния l, имея в виду, что $l = v\tau$ (где v – скорость распределения деформаций). Тогда выражения (12) и (13) примут следующий вид:

$$\rho(l) = A_1 e^{-\alpha'_i|\tau|} \cos\beta'_i l + A_2 e^{-\alpha'_2|\tau|} \cos\beta'_2 l\,; \qquad (14)$$

$$\rho(l) = A_1 e^{-\alpha'_i|\tau|} + A_2 e^{-\alpha'_2|\tau|} \cos\beta'_2 l\,, \qquad (15)$$

где l – интервал корреляции на промежутке времени.

Для вычисления коэффициентов аппроксимирующих выражений используется стандартная программа решения трансцендентных уравнений на ЭВМ.

В таблице приведены коэффициенты аппроксимированных корреляционных функций микропрофиля распределения деформаций во времени.

Значение численных коэффициентов для цементобетона и асфальта взяты из [1, 2], для ЦСП использованы материалы [3–5], для арболита – [6, 7].

От аппроксимированных статистических характеристик (корреляционные функции), используя преобразование Лапласа, переходят к их выражению в форме дробно-рациональных функций, более удобных для расчета и представляющих окончательный вид математической модели исследуемого случайного процесса.

Аппроксимирующие зависимости корреляционных функций

Тип конгломерата	Дисперсия ординат микропрофиля D_q, см^2	Приближенная аппроксимация нормированной корреляционной функции микропрофиля $r(l)$	A_1	A_2	α_1	α_2	β
					м$^{-1}$		
Цементобетон	0,79	$e^{-\alpha\lvert\tau\rvert}\cos\beta\tau$	–	–	0,080	–	0,143
Асфальт	1,60	$A_1e^{-\alpha_1\lvert\tau\rvert}+A_2e^{-\alpha_2\lvert\tau\rvert}\cos\beta l$	0,650	0,350	0,250	0,050	0,196
ЦСП	6,20	$A_1e^{-\alpha_1\lvert\tau\rvert}+A_2e^{-\alpha_2\lvert\tau\rvert}\cos\beta l$	0,668	0,332	1,100	10,600	19,700
Арболит	6,30	$A_1e^{-\alpha_1\lvert\tau\rvert}+A_2e^{-\alpha_2\lvert\tau\rvert}\cos\beta l$	0,953	0,050	0,213	0,049	1,367

Изображение по Лапласу аналитической функции $f(t)$, аппроксимирующей экспериментальные кривые корреляционной функции $R_x(\tau)$, имеет вид

$$L[f(t)]=\int_0^\infty f(t)e^{-st}dt=\frac{D_1(s)}{D_2(s)}\ , \tag{16}$$

т.е. представляет собой дробно-рациональную функцию, равную отношению двух полиномов $D_1(s)$ и $D_2(s)$ в пространстве изображений по Лапласу (или в комплексной области*).

Если корреляционная функция аппроксимируется выражениями (8) или (9), то им соответствуют нормированные спектральные плотности:

$$\delta_x(\omega)=\frac{2\alpha}{\pi}\frac{1}{\alpha^2+\omega^2}\ ; \tag{17}$$

$$\delta_x(\omega)=\frac{2\alpha}{\pi}\frac{\omega^2+\alpha^2+\beta^2}{(\omega^2-\alpha^2-\beta^2)+4\alpha^2\omega^2}\ . \tag{18}$$

Если аргументом аппроксимированной функции является не время τ, а отрезок значений, то в этом случае спектральная плотность микропрофиля деформаций в промежуток времени может быть выражена формулой

$$\delta_x(\omega)=2D_x\left[\frac{A_1\alpha_1 v}{\omega^2+(\alpha_1 v)^2}+\frac{1}{2}A_2\left(\frac{\alpha_2 v}{(\omega^2+\beta^2)+(\alpha^2 v)^2}+\frac{\alpha_2 v}{(\omega^2+\beta^2)-(\alpha_2 v)^2}\right)\right]. \tag{19}$$

Количественные характеристики входных возмущений, например неровностей графической поверхности микропрофиля деформаций, определяются либо экспериментальным путем, либо моделированием. Замеры могут быть прямыми и косвенными. В первом случае изменения размеров (деформации) измеряют с помощью инструментов. Ординаты высот неровностей определяют в промежутке времени через отрезки времени 20 ч; на промежутке 60 сут таких измерений должно быть 40.

---

* Вопросы исследования систем и процессов в комплексной и частотной областях необходимо рассматривать специально.

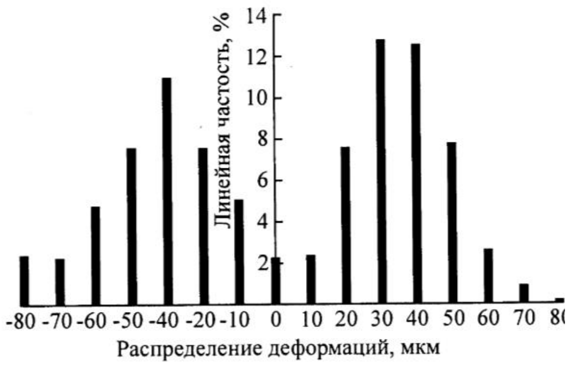

Рис. 2. Распределение деформаций во времени

Возможно косвенно определять картину распределения деформаций конгломерата во времени. Для этого необходимо замерить напряжения в некоторой точке и по ним построить профилограмму. После получения профилограммы рассчитать корреляционные функции спектральной плотности, построить гистограмму распределения. В реальных сооружениях основными внешними воздействиями являются нагрузки на участках и, соответственно, их некоторые деформации. Для примера на рис. 2 представлена профилограмма некоторого участка, полученная путем моделирования процесса.

Выводы

1. Использование статических моделей дает возможность определения статистических характеристик деформаций цементно-древесного композита под воздействием механической нагрузки.

2. Численные значения коэффициентов аппроксимированных корреляционных функций микропрофиля распределения деформаций во времени позволяют получить численные значения деформаций в зависимости от возмущающих усилий.

3. Распределение деформаций во времени дает возможность прогнозировать долговечность композиционных материалов и конструкций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бажанов Ю.М.* Бетон при динамическом нагружении М.: Стройиздат, 1970. 410 с.

2. *Гоберман В.А*., *Гоберман Л.А*. Технология научных исследований – методы, модели, оценки. М.: МГУЛ, 2002. 390 с.

3. *Руденко Б.Д.* Исследование процесса и разработка технологии цементно-стружечных плит из древесины лиственницы: дис. … канд. техн. наук. Красноярск, 1980. 143 с.

4. *Руденко Б.Д.* Уравнение обобщенной кривой прочности цементно-стружечных плит // Актуальные проблемы современной науки. Строительство и архитектура: сб. ст. Самара, 2006. С. 18–20.

5. *Руденко Б. Д., Изотов В.Т. , Шумакова О.С.* Модель формы древесных частиц для искусственных строительных конгломератов // Материалы и технологии XXI века: сб. ст. Пенза, 2010. С. 118–120.

6. *Рыбьев И.А*. Строительные материалы на основе вяжущих веществ. М.: Высш. шк., 1978. 309 с.

7. *Щербаков А.С., Хорошун Л.П., Подчуфаров В.С*. Арболит. Повышение качества и долговечности. М.: Лесн. пром-сть, 1979. 160 с.

B.D. Rudenko
Siberian State Technological University

Static Condition Simulation of Cement-Wood Composite in Operational Process

The deformation distribution pattern produced during the study allows to forecast durability of cement-wood composite and structures made out of it.

Keywords: statistic characteristics, deformation, statistical model, composite.