

факторов на жесткость бумаги при изгибе // *Материалы научно-техн. конф.* 1971.— Л.: РИО ЛТА, 1971.— С. 67—72. [41]. Фляте Д. М. Свойства бумаги.— М.: Лесн. пром-сть, 1986.— 680 с. [42]. Хабаров Ю. Г., Комаров В. И. Оценка последовательности разрушения целлюлозных волокнистых материалов // *Бум. пром-сть.*— 1988.— № 6.— С. 16—17. [43]. Хайкин С. Э. Физические основы механики.— М.: Наука, 1971.— 751 с. [44]. Хованский В. В. Применение соединений алюминия для улучшения свойств бумаги: Дис. ... канд. техн. наук.— Л.: ЛТА, 1979.— 197 с. [45]. Яценко В. Ф. Прочность и ползучесть слоистых пластиков (сжатие, растяжение, изгиб).— Киев: Наукова думка, 1966.— 204 с. [46]. Bardone-Sacerdote. Proc. 3-rd Internal Conder Acoust., Stuttgart, 1959.— New-York, 1959.— V. 2. [47]. Brecht W., Blicstad F. // *Papierfabrikant.*— 1949.— 38.— S. 17. [48]. Brecht W., Klingelhoffner H., Knittweis H.-I Die Resonanzmethode als dynamisches Verfahren der Steifigkeitsprüfung von Papieren. Kartons und Pappen // *Das Papier.*— 1971.— N 2.— S. 57—65. [49]. Brecht W., Muller F. Über die Steifigkeitsruffung von Papier, Karton und Pappen // *Das Papier.*— 1960.— N 14.— S. 7—9. [50]. Cope P. // *Tappi*, 1961, N 9. [51]. Gillet M., Bouttemy M. The humidity influence ober the board stiffness // *Pap., cartone, compl.*— 1971.— S. 13—17. [52]. Kaimilainen M., Toroi M. Optimum composition board with regard to the compression resistance of boxes // *Paperi ja puu.*— 1986.— V 69, N 9.— P. 666—668. [53]. Kleinert R. Steifigkeitsmessverfahren für Papier, Karton und Pappe // *Zellstoff und Papier.*— 1971.— N 8.— S. 228—232. [54]. Paper Testing and Process Optimization. Catalog 1994. Lorentzen and Wettre.— 201 s. [55]. Samuelson L. G. // *Svensk Papperstidning.*— 1963.— N 15.

Поступила 18 апреля 1994 г.

УДК 676.1.024.3

**О. А. ТЕРЕНТЬЕВ, В. С. КУРОВ, Э. И. ДАВЫДЕНКО**



Терентьев Отто Алексеевич родился в 1934 г., окончил в 1958 г. Ленинградский политехнический институт им. М. И. Калинина, доктор технических наук, профессор, академик, ректор С.-Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров. Имеет более 400 научных трудов в области гидродинамики и реологии водно-волокнистых суспензий.



Куров Виктор Сергеевич родился в 1953 г., окончил в 1976 г. Ленинградский технологический институт целлюлозно-бумажной промышленности, доктор технических наук, профессор кафедры процессов и аппаратов химической технологии С.-Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров. Имеет около 90 научных трудов в области гидродинамики и реологии водно-волокнистых суспензий.



Давыденко Эдуард Иванович родился в 1963 г., окончил в 1985 г. ЛТИ ЦБП, аспирант С.-Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров. Имеет 3 научных труда в области гидродинамики и реологии водно-волокнистых суспензий.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПУЛЬСАЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ ФЛОКУЛ В ПОТОКЕ ВОЛОКНИСТОЙ СУСПЕНЗИИ

Получены зависимости для коэффициентов турбулентной диффузии флокул с учетом полидисперсности дисперсной фазы.

Dependences for turbulent diffusion coefficients of the flocules including polydispersity of the dispersed phase have been derived.

Равномерность распределения волокон в формируемом листе и снижение массоемкости бумаги определяется степенью диспергированности волокон в потоке и пульсационными процессами в массопроводящих и массонапускных системах. При массоподаче отдельные волокна, сталкиваясь между собой, образуют флокулы различных размеров, оказывающие отрицательное влияние на качество вырабатываемой бумаги. В инженерных расчетах напорных ящиков бумагоделательной машины (БДМ) необходимо иметь возможность оценить степень флокулирования турбулентного потока волокнистой суспензии перед напуском на сеточный стол. Для этой оценки следует получить соотношения коэффициентов турбулентной диффузии флокул и отдельных волокон. Если суспензия достаточно разбавлена, когда можно пренебречь влиянием взаимодействия между флокулами (или волокнами) на значения коэффициента турбулентной диффузии флокул, то анализ пульсационного движения волокнистой суспензии с учетом ее полидисперсности можно провести в рамках модели Г. Н. Абрамовича [1]. В соответствии с этой моделью турбулентное течение двухфазной смеси рассматривается как перенос частиц пульсационными объемами (молями) дисперсионной среды. Эти объемы, увлекая содержащиеся в них частицы, тормозятся силами лобового сопротивления частиц.

Запишем уравнение сохранения количества движения полидисперсной суспензии в дискретном представлении:

$$dV'_g + \sum_{i=1}^{\infty} x_i^0 dV'_{p_i} = 0, \quad (1)$$

где  $V'_g$ ,  $V'_{p_i}$  — соответственно пульсационные скорости дисперсионной среды и флокул сорта  $i$ ;

$x_i^0$  — массовая концентрация флокул сорта  $i$  в потоке волокнистой суспензии;

$i$  — параметр, который определим как количество волокон, образующих флокулу.

Для флокулы сорта  $i$  можно записать уравнение пульсационного движения [3]

$$\frac{dV'_{p_i}}{dt} = K_i (V'_g - V'_{p_i}), \quad (2)$$

где  $K_i = \frac{1}{2} \rho C_w \frac{S_i}{m_i}$ ;

$\rho$  — плотность дисперсионной среды;

$C_w$  — коэффициент лобового сопротивления, зависящий от критерия Рейнольдса флокулы;

$S_i$ ,  $m_i$  — миделево сечение и масса флокулы сорта  $i$ .

В настоящей работе рассмотрен случай постоянных значений коэффициента  $C_w$  (т. е. случай, когда  $Re \geq 800$ ).

Для флокул размером  $r/l_u \geq 0,02$  можно принять  $V'_{p_0} = 0$  [1] ( $r$  — радиус флокул;  $l_u$  — длина пути смешения по скорости,  $V'_{p_0}$  —

пульсационная скорость флокул в начале формирования пульсационного моля).

После интегрирования уравнения (1) получим

$$V'_g - V'_{g_0} = - \sum_{i=1}^{\infty} x_i^0 V'_{p_i}. \quad (3)$$

Здесь  $V'_{g_0}$  — пульсационная скорость дисперсионной среды в начале формирования пульсационного моля.

Для сорта  $j$ , взятого из совокупности сортов флокул  $i = 1, 2 \dots$ , по уравнению (2) после интегрирования можно получить выражение

$$\frac{1}{V'_g - V'_{p_j}} - \frac{1}{V'_{g_0} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{\infty} x_i^0 V'_{p_i}} = K_j (1 + x_j^0) t_{p_j}, \quad (4)$$

где  $t_{p_j}$  — время взаимодействия флокул сорта  $j$  с пульсационным молем дисперсионной среды.

Согласно [1], можно принять

$$t_{p_j} = \frac{2l_u}{|V'_{p_0} + V'_{p_j}|}.$$

Отсюда, с учетом (3), для флокул сорта  $j$  получим

$$t_{p_j} = \frac{2l_u (1 + x_j^0)}{V'_{g_0} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{\infty} x_i^0 V'_{p_i} - V'_{r_j}}.$$

Здесь  $V'_{r_j} = V'_g - V'_{p_j}$ .

Подставляя полученное выражение в формулу (4), имеем соотношение

$$n_j = \frac{V'_{r_j}}{V'_{g_0} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{\infty} x_i^0 V'_{p_i}} = 1 + K_j (1 + x_j^0)^2 L_u - \sqrt{(1 + K_j (1 + x_j^0)^2 L_u)^2 - 1}. \quad (5)$$

Из формул (3) и (5) следует

$$\frac{V'_g}{V'_{g_0}} = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^{\infty} x_i^0 \frac{1 - n_i}{1 + n_i x_i^0}}; \quad (6)$$

$$\frac{V'_{p_j}}{V'_{g_0}} = \frac{1 - n_j}{(1 + n_j) \left( 1 + \sum_{i=1}^{\infty} x_i^0 \frac{1 - n_i}{1 + n_i x_i^0} \right)} \quad (7)$$

где  $n_i$  и  $n_j$  вычисляются аналогично.

Зная функцию распределения флокул по размерам, по формуле (6) можно оценить степень влияния дисперсной фазы на турбулентную структуру потока волокнистой суспензии. Используя формулу (7), можно оценить значения коэффициента турбулентной диффузии флокул.

Заметим, что для случая монодисперсной системы ( $i = 1$ ) выражения (6) и (7) переходят в известные формулы Г. Н. Абрамовича [1]:

$$\frac{V'_g}{V'_{g_0}} = \frac{1 + \alpha^0 n}{1 + \alpha^0}; \quad \frac{V'_p}{V'_{g_0}} = \frac{1 - n}{1 + \alpha^0},$$

где  $n$  вычисляется по формуле (5) и в данном случае характеризует степень увлечения флокул пульсационными молями дисперсионной среды.

Для коэффициента турбулентной диффузии флокул  $D_{tp}$  монодисперсного потока имеет место соотношение [3]

$$\frac{D_{tp}}{\nu_{t_0}} = \frac{1}{S_{cp}^0} \left( \frac{V'_p}{V'_{g_0}} \right)^2, \quad (8)$$

где  $\nu_{t_0}$  — коэффициент турбулентной вязкости дисперсионной среды [2];  
 $S_{cp}^0$  — число Шмидта, обычно принимаемое постоянной величиной,  $S_{cp}^0 = 1,6$  [3].

Отсюда для монодисперсной системы, с учетом формулы (5), получим выражение

$$\bar{D}_{tp} = (\sqrt{V(1+a)^2 - 1} - a)^2, \quad (9)$$

где

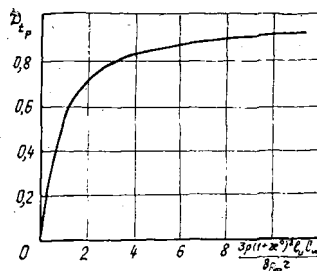
$$\bar{D}_{tp} = \frac{S_{cp}^0 (1 + \alpha^0)^2 D_{tp}}{\nu_{t_0}};$$

$$a = \frac{3\rho (1 + \alpha^0)^2 l_u C_w}{8\rho_\phi r};$$

$\rho_\phi$  — плотность флокулы.

На рисунке приведены результаты расчета по формуле (9) безразмерного коэффициента турбулентной диффузии флокул  $\bar{D}_{tp}$ . Как видно из рисунка, при больших значениях параметра  $a$  значения коэффициента турбулентной диффузии флокул слабо зависят от радиуса флокулы. Отсюда следует, что для некоторых конкретных условий течения можно выделить область значений параметра  $a$ , которую можно охарактеризовать усредненным значением коэффициента турбулентной диффузии флокул. Так, например, при изменении степени дисперсности водно-волокнистой суспензии от размеров отдельных волокон до размеров наиболее крупных флокул ( $r = 5$  мм) области значений параметра  $a$  (6,67...37,10) соответствует область значений безразмерного коэффициента турбулентной диффузии флокул (0,873...0,974).

Зависимость безразмерного коэффициента турбулентной диффузии флокул  $\bar{D}_{tp}$  от параметра  $\frac{3\rho(1+\alpha^0)^2 l_u C_w}{8\rho_\phi r}$  для монодисперсной суспензии



В наших расчетах принято следующее:  $C_w = 2,5$ ;  $\rho_\phi = 1000$  кг/м<sup>3</sup>; радиус канала  $R = 0,25$  м; длина волокон 1,2 мм; плотность волокон 1200 кг/м<sup>3</sup>; диаметр волокон 30 мкм;  $l_u = 0,14 R$  [4] (на оси канала); концентрация суспензии 1,0 %.

Также произведен расчет коэффициентов турбулентной диффузии флокул для течения полидисперсной водно-волоконистой суспензии концентрацией 0,5 % в проточной части напорного ящика БДМ. Рассчитанное по формулам (7) и (8) среднее значение  $\bar{D}_{tp}$  составило 0,900, а по формуле (9) — 0,953. Совпадение результатов можно считать вполне удовлетворительным для инженерных расчетов, связанных с оценкой состояния потока волоконистой суспензии перед напуском.

Как показали результаты исследований, турбулентный перенос полидисперсной водно-волоконистой суспензии в некоторых случаях удастся описать усредненным значением коэффициента турбулентной диффузии флокул.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй.— М.: Наука, 1984.— 716 с. [2]. Терентьев О. А., Смирнова Э. А., Куров В. С. Влияние турбулентности на реологические параметры бумажной массы // Лесн. журн.— 1990.— № 2.— С. 97—101.— (Изв. высш. учеб. заведений). [3]. Турбулентные течения газозвеси / А. А. Шрайбер, Л. Б. Гавин, В. А. Наумов, В. П. Яценко — Киев: Наукова думка, 1987.— 240 с. [4]. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.— М.: Наука, 1974.— 712 с.

Поступила 13 мая 1994 г.