В практическом плане установленная механика воздействия основных технологических факторов на характер деформационного состояния пилопродукции позволяет сформулировать некоторые требования к выполнению операций процесса формообразования пиломатериалов на стадии формирования их сечений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Алексеев А. Е. Влияние способа ориентации бревен перед раскроем на характер деформированного состояния бруса: Тез. докл. науч.-техн. конф., 21—25 сент. 1992 г.— Архангельск: ЦНИИМОД, 1992.— С. 7—8. [2]. Алексеев А. Е. О построении процесса производства пилопродукции с учетом способности древесины к деформированию // Лесн. журн.— 1994.— № 2.— С. 74—78.— (Изв. высш. учеб. заведений). [3]. Алексеев А. Е. Ограничение способности пилопродукции к деформированию // Лесн. журн.— 1994.— № 3.— С. 47—51.— (Изв. высш. учеб. заведений) [4]. Алексеев А. Е. Влияние глубины обработки на характер деформированного состояния брусьев // Лесн. журн.— 1994.— № 5—6.— С. 23—26.— (Изв. высш. учеб. заведений). [5]. Алексеев А. Е. Влияние ширины сформированной пласти на характер деформированного состояния брусьев // Лесн. журн.— 1994.— № 5—6.— С. 20—23.— (Изв. высш. учеб. заведений).

Поступила 16 ноября 1994 г

УДК 539.4 : 674.815

Ю. Ф. ЧЕРНЫШЕВ

Красноярский государственный технический университет

НАПРЯЖЕНИЯ И ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ДЕРЕВЯННОЙ ВТУЛКИ ПОДШИПНИКА ПРИ СТАЦИОНАРНОМ НЕРАВНОМЕРНОМ НАГРЕВЕ

Рассмотрена осесимметричная задача определения напряженно-деформированного состояния деревянного вкладыша подшипника скольжения при его неравномерном стационарном нагреве. Выведены формулы радиальных перемещений и главных напряжений в радиальном, тангенциальном и осевом направлениях.

An axisymmetric problem of determining stressed-strained condition of wooden bushing of sliding bearing at its non-uniform stationary heating equations has been considered. The formulas of radial displacements and main stresses in radial tangential and axial directions are derived.

В узлах трения машин и механизмов все чаще применяют неметаллические материалы. Они дают возможность не только заменять дефицитные и дорогостоящие цветные металлы, но и по-новому решать ряд технических вопросов, направленных на повышение надежности работы и срока службы машин и механизмов. Одним из таких материалов является уплотненная модифицированная древесина. Модификация древесины позволяет резко увеличить ее влаго- и водостойкость, стабильность размеров, а также уменьшить анизотропию путем увеличения прочности в направлениях, не совпадающих с направлением волокон [1]. Химическая (полимерами) и радиационно-химическая модификация может значительно уменьшить анизотропию, не изменяя структуру древесины и увеличивая показатели ее механических свойств. Для такой древесины можно применить расчетную схему поперечно (трансверсально) изотропного или транстропного материала.

Еще более снижается анизотропия древесины при пропитке расплавленным металлом (легкоплавкими сплавами на основе олова или свинца) [2, 7]. В этом случае можно принять расчетную схему изотропного материала.

В работе рассмотрена осесимметричная задача определения напряженно-деформированного состояния деревянного вкладыша (втулки) подшипника скольжения, запрессованного в металлическую обойму, при стационарном неравномерном нагреве.

Вкладыш подшипника можно представить как длинный толстостенный цилиндр, температура которого постоянна по длине, но изменяется по толщине стенки:

$$T = T(r),$$

где T — разность температур внутренней t_1 и наружной (внешней) t_2 поверхностей цилиндра, $T = t_1 - t_2$;

r — текущий радиус цилиндра.

Если поток тепла является установившимся, то при $t_2 = 0$ и $t_1 = T$ зависимость T от радиуса r можно выразить наиболее простым и часто применяемым в технических расчетах линейным законом [4]:

$$T_{(r)} = T\frac{r_2 - r}{r_2 - r_1}, \tag{1}$$

где r_1 и r_2 — соответственно внутренний и наружный радиусы цилиндра.

Для удобства дальнейших выкладок уравнение (1) представим в виде

$$T_{(r)} = C + fr,$$

где C — начальная ордината;

f — угловой коэффициент.

Модуль упругости E и коэффициент поперечной деформации μ модифицированной расплавленным металлом уплотненной древесины считаем величинами постоянными, не зависящими от температуры.

Коэффициент термического расширения зависит от радиуса:

$$\alpha = C_1 + f_1 r,$$

где C_1 и f_1 — начальная ордината и угловой коэффициент уравнения.

Расчет неравномерно нагретого толстостенного цилиндра с непрерывно изменяющимся по радиусу в зависимости от температуры величинами E, μ и α рассмотрен в работах [3, 5]. Впервые подобная задача была решена графически С. Д. Пономаревым [5]. Затем Н. Н. Малинин [3] предложил аналитическое решение, в котором цилиндр расчленяли на ряд трубок. В каждой трубке E, μ и α при растяжении и сжатии принимали постоянными. За счет ступенчатого изменения этих величин на границе трубок имеют место разрывы в производной радиального перемещения и в зависимости тангенциального напряжения от радиуса толстостенного цилиндра. Это решение задачи является приближенным и трудно выполнимо из-за громоздких формул.

В связи с постоянством температуры по длине цилиндра можно считать, что поперечные сечения, лежащие на достаточном расстоянии от концов цилиндра, остаются плоскими, и деформация в осевом направлении ε_z является постоянной величиной ($\varepsilon_z = \text{const}$) [6].

Влияние температуры можно учесть, если к деформациям, обусловленным напряжением, добавить равномерное температурное расширение $\Delta\varepsilon = \alpha T$. Тогда для относительных деформаций в радиальном ε_r, тангенциальном ε_Θ и осевом направлениях ε_z в соответствии с обобщенным законом Гука [4] получим

$$\begin{aligned}
\varepsilon_r &= \frac{1}{E}\left[\sigma_r - \mu\sigma_\Theta - \mu\sigma_z\right] + \alpha T \neq \text{const};\\
\varepsilon_\Theta &= \frac{1}{E}\left[\sigma_\Theta - \mu\sigma_r - \mu\sigma_z\right] + \alpha T \neq \text{const};\\
\varepsilon_z &= \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \mu\sigma_r - \mu\sigma_\Theta\right] + \alpha T = \text{const}.
\end{aligned} \tag{2}$$

Отсюда найдем радиальное σ_r, тангенциальное σ_θ и осевое σ_z напряжения:

$$\sigma_r = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)}\left[(1-\mu)\varepsilon_r + \mu\varepsilon_z + \mu\varepsilon_\theta - (1+\mu)\alpha T\right];$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)}\left[(1-\mu)\varepsilon_\theta + \mu\varepsilon_r + \mu\varepsilon_z - (1+\mu)\alpha T\right]; \quad (3)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)}\left[(1-\mu)\varepsilon_z + \mu\sigma_r + \mu\sigma_\theta - (1+\mu)\alpha T\right].$$

Выразим в этих формулах относительные деформации ε через радиальные перемещения u, т. е. $\varepsilon_r = du/dr$ и $\varepsilon_\theta = u/r$, и подставим выражения для σ_r и σ_θ в уравнение равновесия

$$r\frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r - \sigma_\theta = 0.$$

Получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = \frac{1+\mu}{1-\mu}\left[\frac{d\alpha}{dr}T + \frac{dT}{dr}\alpha\right].$$

Подставим сюда

$$T = C + fr; \quad \alpha = C_1 + f_1 r.$$

Тогда

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = \frac{1+\mu}{1-\mu}[K + Pr]$$

или

$$\frac{d}{dr}\left[\frac{1}{r}\frac{d(ur)}{dr}\right] = \frac{1+\mu}{1-\mu}[K + Pr],$$

где $K = fC_1 + f_1C$; $P = 2ff_1$.

Проинтегрируем это уравнение последовательно по r:

$$\frac{1}{r}\frac{d(ur)}{dr} = \frac{1+\mu}{1-\mu}\left(Kr + P\frac{r^2}{2}\right) + A;$$

$$ur = \frac{1+\mu}{1-\mu}\left(K\frac{r^3}{3} + P\frac{r^4}{8}\right) + A\frac{r^2}{2} + B,$$

где A и B — постоянные интегрирования.

Отсюда

$$u = \frac{1+\mu}{1-\mu}\left(K\frac{r^2}{3} + P\frac{r^3}{8}\right) + A\frac{r}{2} + \frac{B}{r}. \quad (4)$$

Постоянные A и B определены из условия $(\sigma_r)_{r=a} = 0$ и $(\sigma_r)_{r=b} = 0$ (где $r_1 = a$ и $r_2 = b$).

Преобразовав, получим

$$A = 2\left[\frac{(L-N)b^2}{b^2-a^2} - L\right]; \qquad B = \frac{(L-N)a^2b^2}{(b^2-a^2)(1-2\mu)}. \quad (5)$$

Здесь

$$L = (1+\mu)\left(\frac{2Ka}{3} + \frac{3Pa^2}{8}\right) + \frac{\mu(1+\mu)}{1-\mu}\times$$
$$\times\left(\frac{Ka}{3} + \frac{Pa^2}{8}\right) + (1+\mu)\left(CC_1 + Ka + P\frac{a^2}{2}\right); \quad (6)$$

$$N = (1+\mu)\left(\frac{2Kb}{3} + \frac{3Pb^2}{8}\right) + \frac{\mu(1+\mu)}{1-\mu}\times$$
$$\times\left(\frac{Kb}{3} + \frac{Pb^2}{8}\right) + (1+\mu)\left(CC_1 + Kb + P\frac{b^2}{2}\right). \quad (7)$$

Использовав уравнения (4) и (6), найдем относительную радиальную и тангенциальную деформацию:

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} = \frac{1+\mu}{1-\mu}\left(\frac{2Kr}{3} + \frac{3Pr^2}{8}\right) + \frac{A}{2} - \frac{B}{r^2}; \qquad (8)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} = \frac{1+\mu}{1-\mu}\left(\frac{Kr}{3} + \frac{Pr^2}{8}\right) + \frac{A}{2} + \frac{B}{r^2}. \qquad (9)$$

Подставив уравнения (8), (9) в (3), получим

$$\sigma_r = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)}\left\{(1+\mu)\left[\frac{2Kr}{3} + \frac{3Pr^2}{8} + \frac{\mu}{1-\mu}\left(\frac{Kr}{3} + \frac{Pr^2}{8}\right) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \left(CC_1 + Kr + \frac{Pr^2}{2}\right)\right] + \frac{(L-N)\,b^2}{b^2-a^2}\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) - L\right\}; \qquad (10)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)}\left\{(1+\mu)\left[\frac{Kr}{3} + \frac{Pr^2}{8} - \frac{\mu}{1-\mu}\left(\frac{2Kr}{3} + \frac{3Pr^2}{8}\right) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \left(CC_1 + Kr + \frac{Pr^2}{2}\right)\right] + \frac{(L-N)\,b^2}{b^2-a^2}\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - L\right\}; \qquad (11)$$

$$\sigma_z = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)}\left[\frac{(1+\mu)\mu}{1-\mu}\left(Kr + \frac{Pr^2}{2}\right) - (1+\mu)\left(CC_1 + Kr + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{Pr^2}{2}\right) + \left(\frac{(L-N)\,2\mu b^2}{b^2-a^2} - 2\mu L\right)\right]. \qquad (12)$$

Для вывода формулы радиальных перемещений толстостенного цилиндра при неравномерном нагреве необходимо подставить постоянные интегрирования A и B из уравнения (6) в (4):

$$u = \frac{1+\mu}{1-\mu}\left(\frac{Kr^2}{3} + \frac{Pr^3}{8}\right) + \frac{L-N}{1-S^2}\left[r - \frac{L\,(1-S^2)}{L-N}\,r + \frac{a^2}{(1-2\mu)\,r}\right], \qquad (13)$$

где $S = a/b$.

Таким образом, в статье найдена зависимость для определения радиальных перемещений, относительных радиальных и тангенциальных деформаций и главных напряжений в радиальном, тангенциальном и осевом направлениях, возникающих при неравномерном нагреве деревянного вкладыша подшипника скольжения.

Эти формулы позволяют более точно оценить напряженно-деформированное состояние деревянного подшипника при прочностном расчете и выборе оптимального зазора между валом и втулкой подшипника.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Ашкенази Е. К. Анизотропия древесины и древесных материалов.— М.; Лесн. пром-сть, 1978.— 224 с. [2]. Гнусов Ю. В., Мовнин М. С., Берзиньш Г. В. Модификация прессованной древесины расплавленными металлами // Модифицированная древесина и исследование ее свойств: Науч. тр.— Л.: ЛТА, 1968.— № 123.— С. 102—110. [3]. Малинин Н. Н. Расчет неравномерно нагретых толстостенных труб // Расчеты на прочность элементов машиностроительных конструкций: Научно-техн. сб. МВТУ.— М.: Машгиз, 1955.— Вып. 31.— С. 46—61. [4]. Писаренко Г. С. Сопротивление материалов.— Киев: Выща шк., 1979.— 694 с. [5]. Пономарев С. Д. Графический расчет на прочность толстостенных труб с учетом их осесимметричного нагрева // Вестник инженеров и техников.— 1952.— № 1.— С. 14—17. [6]. Пономарев С. Д. Расчеты на прочность в машиностроении. Т. II.— М.: Машгиз, 1958.— 974 с. [7]. Чубов Н. И. Металлизированная прессованная древесина.— Воронеж: ВГУ, 1975.— 136 с.

Поступила 29 сентября 1994 г.