

УДК 674.047

**Г.А. Баланцев, Н.Б. Баланцева**

Архангельский государственный технический университет

Баланцев Григорий Андреевич родился в 1981 г., окончил в 2003 г. Архангельский государственный технический университет, кандидат технических наук, доцент кафедры электротехники и энергетических систем АГТУ. Имеет 10 печатных работ в области численного моделирования физических процессов, электроэнергетики, сушки и обработки древесины, информационных технологий, нечетких алгоритмов.

E-mail: [limenda@mail.ru](mailto:limenda@mail.ru)

Баланцева Наталья Борисовна родилась в 1959 г., окончила в 1983 г. Архангельский лесотехнический институт, старший преподаватель кафедры электротехники и энергетических систем Архангельского государственного технического университета. Имеет около 10 печатных работ в области электроэнергетики, сушки и обработки древесины. Тел.: (8182) 68-02-41



## РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ПРОЦЕССОВ ВЛАГОПЕРЕДАЧИ ПРИ СУШКЕ ДРЕВЕСИНЫ

Предложен численный метод расчета влажности древесины; сопоставлены результаты расчета и эксперимента.

*Ключевые слова:* сушка, древесина, расчет, влажность, теплопроводность.

Совершенствование технологии сушки древесины, проектирование лесосушильных установок и систем управления ими невозможно эффективно осуществлять без использования математических моделей процессов нагревания и влагопереноса в древесине и влагообмена с окружающей средой.

На кафедре электротехники и энергетических систем АГТУ в течение 2006–2008 гг. проводились исследования, имевшие своей целью совершенствование методов расчета влажности древесины в процессе сушки. За счет применения современных методов численного анализа предполагалось разработать математическую модель процесса сушки, позволяющую эффективно учитывать такие факторы, как анизотропность древесины, многочисленные изменения режима сушки, характерные для современных установок, различные условия внешнего влагообмена.

До настоящего времени влагоперенос в древесине в процессе сушки рассматривали на базе одномерной математической модели, полученной путем аналитического решения дифференциального уравнения в частных производных (ДУЧП), составленного по законам Фика [2]:

$$i = -D \frac{\partial U}{\partial x}; \quad \frac{\partial U}{\partial \tau} = D \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$

где  $U$  – концентрация диффундирующего вещества;

$\frac{\partial U}{\partial x}$  – градиент концентрации диффундирующего вещества по оси  $x$ ;

$i$  – поток (масса) вещества вдоль оси  $x$ , диффундирующего за единицу времени через единицу площади поверхности, перпендикуляр-

ной направлению диффузии;  
 $D$  – коэффициент диффузии;  
 $\tau$  – время.

Двумерная задача, достаточно точно описывающая реальный влагоперенос в пренебрежении аксиальной составляющей, сводилась к одномерной за счет введения гидравлического радиуса, зависящего от формы и размеров сечения. Коэффициент влагопроводности при решении уравнения считался постоянным, не зависящим от условий, изменяющихся в ходе сушки. Недостаточно полно учитывался процесс влагообмена на поверхности материала. Кроме того, законы Фика не могут быть применены, если влагоперенос сопровождается фазовыми переходами.

Более точные результаты могут быть достигнуты путем решения системы ДУЧП, характеризующей влагоперенос в твердых капиллярно-пористых телах, возникающий под действием градиентов концентрации, температуры и давления [2]:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial \tau} = k_{11}\nabla^2 u + k_{12}\nabla^2 T + k_{13}\nabla^2 P; \\ \frac{\partial T}{\partial \tau} = k_{21}\nabla^2 u + k_{22}\nabla^2 T + k_{23}\nabla^2 P; \\ \frac{\partial P}{\partial \tau} = k_{31}\nabla^2 u + k_{32}\nabla^2 T + k_{33}\nabla^2 P, \end{cases} \quad (1)$$

где  $u$  – концентрация влаги;  
 $T$  – температура вещества;  
 $P$  – давление.

Очевидно, что аналитическое решение системы (1) для пространственных областей с учетом граничных условий в общем виде является чрезвычайно сложным. Однако существуют численные методы, позволяющие найти приближенное решение задачи, которое с достаточной точностью описывает реальный процесс. Особенно эффективно применение численных методов с использованием ЭВМ.

Нами разработаны алгоритм и соответствующая программа, позволяющая производить расчет процессов влагопередачи в древесине и влагообмена древесины с внешней средой путем решения системы (1) без учета составляющих, относящихся к давлению, для двухмерной модели методом конечных элементов. Уравнение, определяющее распределение влагосодержания в конечном элементе двухмерной модели поперечного сечения пиломатериала в соответствии с методом Галеркина, в матричной форме имеет следующий вид:

$$[a_m^{(e)}]\{u\} = \{f_g^{(e)}\}, \quad (2)$$

где  $[a_m^{(e)}]$  – матрица жесткости конечного элемента (матрица влагопроводности);

$\{f_g^{(e)}\}$  – вектор нагрузок конечного элемента (вектор влагообмена).

Запишем матрицу жесткости:

$$[a_m^{(e)}] = \iint_A \left( a_{mx} \left[ \frac{\partial N_k}{\partial x} \right]^T \left[ \frac{\partial N_k}{\partial x} \right] + a_{my} \left[ \frac{\partial N_k}{\partial y} \right]^T \left[ \frac{\partial N_k}{\partial y} \right] \right) dA, \quad (3)$$

где  $[N]$  – однострочная матрица функций формы, аппроксимирующая распределение влаги;

$a_{mx}$  и  $a_{my}$  – коэффициент теплопроводности по осям  $x$  и  $y$ ;

$A$  – область конечного элемента.

Вектор нагрузок определим из выражения

$$\{f_g^{(e)}\} = - \int_s i_s n_s [N_k]^T ds, \quad (4)$$

где  $i$  – функция потока влаги;

$s$  – поверхность, ограничивающая конечный элемент.

Уравнения (2)–(4) представляют собой общую конечно-элементную формулировку задачи влагопереноса в древесине в двух измерениях. Граничные условия третьего рода свидетельствуют о том, что поток влаги к поверхности пиломатериала уравнивается ее испарением с поверхности. Для всех элементов, имеющих границы на поверхности пиломатериала  $S_{вн}$ , зададим условие испарения:

$$\{f_g^{(e)}\} = - \int_{S_{вн}} i_{S_{вн}} n_{S_{вн}} \{N\} dS_{вн} = - \int_{S_{вн}} (\alpha'_{U\rho_0} (u^{(e)} - u_p)) n_{S_{вн}} \{N\} dS_{вн}; \quad (5)$$

в обобщенной матричной форме (5) примет вид

$$\{f_g^{(e)}\} = - [a_u \rho_0]^{(e)} \{u\} + \{f_{a_u \rho_0 S_{вн}}^{(e)}\}. \quad (6)$$

Для обеспечения возможности проведения такого расчета данные о коэффициентах влаго-, тепло- и температуропроводности для различных пород древесины, опубликованные в [1, 5, 6], были сведены в единую систему. Некоторые зависимости, характеризующие важнейшие свойства древесины как материала, подлежащего сушке, были опубликованы исследователями в форме графиков и номограмм, непосредственное применение которых в компьютерных расчетах невозможно. К примеру, для использования данных о теплопроводности древесины, полученных в работе [1], авторам потребовалось выполнить аппроксимацию зависимостей, представленных в форме номограммы, степенным полиномом третьего порядка.

Коэффициент теплопроводности в зависимости от состояния пиломатериалов для древесины ядра в тангенциальном направлении:

$$a_{тан} = 0,235 \cdot 10^{-31} T^{10} \rho_{усл}^{-3,3}; \quad (7)$$

для древесины заболони в тангенциальном направлении:

$$a_{тан} = 0,235 \cdot 10^{-31} T^{10} \rho_{усл}^{-3,9}, \quad (8)$$

где  $T$  – температура древесины, К;

$\rho_{усл}$  – условная плотность древесины, т/м<sup>3</sup>.

Определим коэффициент влагопроводности древесины в радиальном направлении:

$$\frac{a_{\text{рад}}}{a_{\text{тан}}} = 1 + 2 \frac{V_{\text{л}}}{100}, \quad (9)$$

где  $V_{\text{л}}$  – доля объема сердцевинных лучей в общем объеме древесины, %.

Выражения для перехода от  $a_{\text{тан}}$  и  $a_{\text{рад}}$  к  $a_{\text{mx}}$  и  $a_{\text{my}}$  в любой точке сечения пиломатериала имеют следующий вид:

$$a_{\text{mx}} = a_{\text{тан}} \cos \alpha - a_{\text{рад}} \sin \alpha; \quad (10)$$

$$a_{\text{my}} = a_{\text{тан}} \sin \alpha - a_{\text{рад}} \cos \alpha, \quad (11)$$

где  $\alpha$  – угол наклона годичных слоев к пласти.

#### Режим опытной сушки

Порядковый номер шага	Фаза сушки	Температура сушильного агента, °С	Равновесная влажность сушильного агента, %	Продолжительность шага, ч
1	Нагрев	70	16,0	10
2	Прогрев	70	16,0	2
3	Сушка	70	11,5	10
4	Сушка	77	7,0	12
5	Сушка	77	6,0	15
6	Сушка	77	4,0	19
7	Влаготермообработка	77	16,0	3
8	Сушка	77	3,7	2
9	Охлаждение	40	–	10

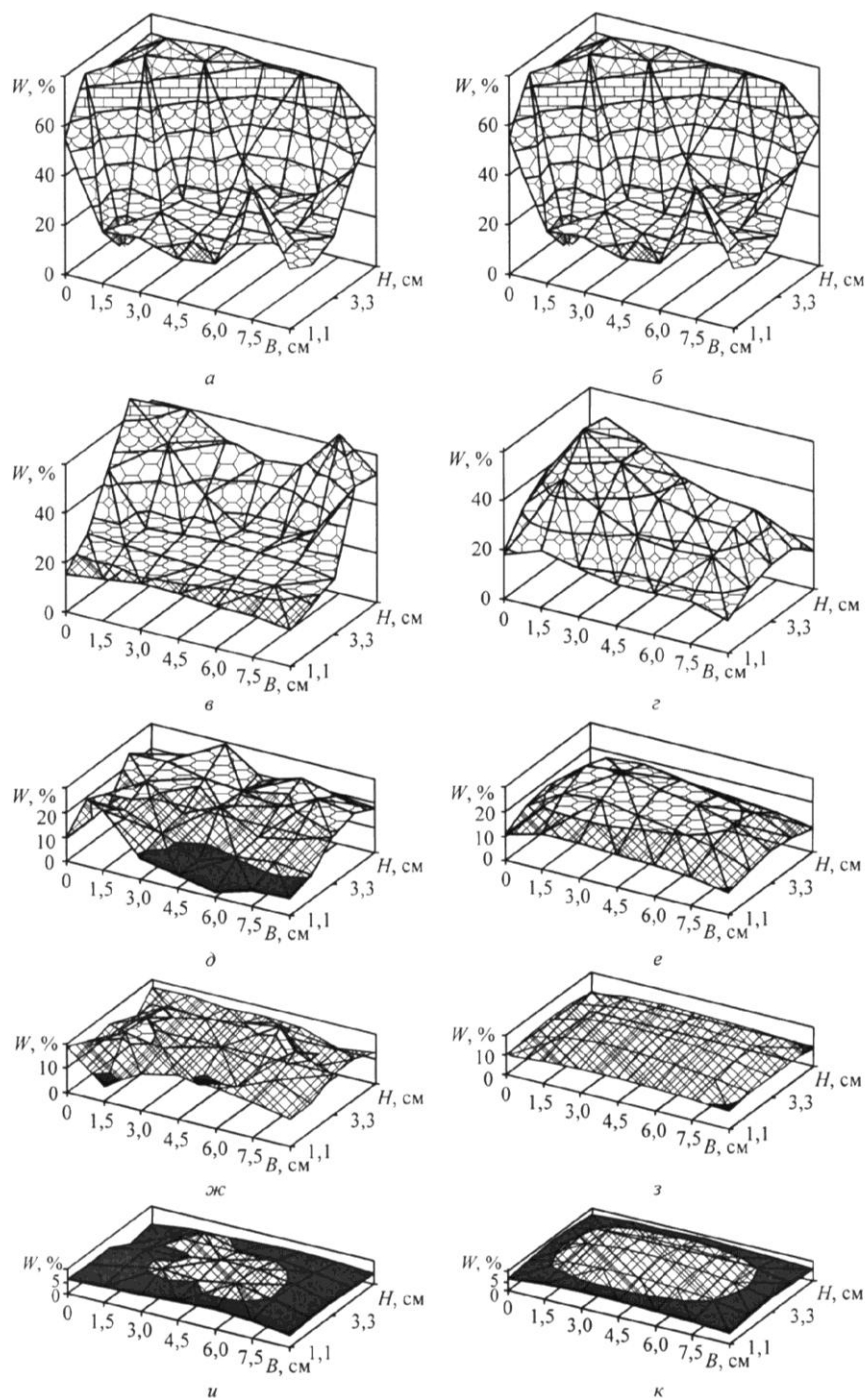
Расчетная программа позволяет для любого момента времени получить картину распределения влажности в поперечном сечении пиломатериала заданной породы древесины в процессе конвективной сушки. Расчет производится от известной начальной влажности с учетом фактического режима сушки, включающего произвольное количество ступеней. Каждая ступень режима задается температурой и равновесной влажностью сушильного агента, а также своей продолжительностью.

Для проверки метода было решено провести опытную сушку в промышленных условиях предприятия «Инфа» (г. Архангельск) на трех сушильных камерах «Nardi» периодического действия. В качестве образцов использовали сосновый пиломатериал сечением 44×90 мм с начальной относительной влажностью 40 %. Образцы выпилены из центральной части бревна, содержание заболони в них – 15...30 %.

Пиломатериал укладывали в пакеты размером 1,0×1,0 м со шпациями. В штабель, состоявший из четырех пакетов, расположенных вертикально через прокладки толщиной 100 мм, закладывали один образец [3], по

строению, плотности и влажности характерный для данной партии пиломатериалов, так, чтобы в дальнейшем его можно было извлечь. Сушку производили по режиму, представленному в таблице.

В ходе сушки 1 раз в сутки, а также перед началом и после ее окончания образцы извлекали, из них выпиливали секции длиной 10 мм. Выпиленную секцию раскалывали на фрагменты размером 9×13 мм, каждый фрагмент маркировали. Затем определяли его массу. Маркированные и взвешенные фрагменты высушивали в сушильном шкафу, после чего их повторно взвешивали. По результатам измерений определяли относительную влажность каждого фрагмента. В ходе эксперимента нами проведено по одной опытной сушке в каждой из трех сушильных камер предприятия.



Фактические (а, в, д, ж, и) и расчетные (б, г, е, з, к) диаграммы распределения влаги в поперечном сечении пиломатериала в процессе сушки:  
 ■ – 0...10 %; ▨ – 10...20 %; ▩ – 20...30 %; ▪ – 30...40 %; ▫ – 40...50 %;  
 ▬ – 50...60 %; ▭ – 60...70 %; ▮ – 70...80 %

Для сопоставления результатов расчета пространство задачи в математической модели было разбито на виртуальные фрагменты аналогичных размеров. Начальное распределение влаги в модели пиломатериала было задано таким же, как и в опытном образце. Для времени, соответствующего моменту извлечения образцов из сушильной камеры, производили интегрирование функции содержания влаги по всему объему виртуального фрагмента, после чего определяли его среднюю относительную влажность.

На рисунке приведено сопоставление результатов расчета и эксперимента. В левой части представлены диаграммы распределения влажности, зафиксированные в ходе эксперимента, в правой – соответствующие им расчетные диаграммы, построенные для того же момента времени (*a, б* – в момент начала сушки; *в, г* – через 24 ч; *д, е* – через 48 ч; *ж, з* – через 72 ч; *и, к* – после извлечения из камеры). Приведенные диаграммы свидетельствуют о том, что характер фактического распределения влажности соответствует результатам, полученным на математической модели процесса. Относительная погрешность расчетных данных составила не более 5 %.

Полученные результаты позволяют сделать вывод об адекватности расчетной методики, разработанной авторами, задачам вычисления распределения влажности древесины в процессе сушки.

Результаты расчета средней влажности с использованием разработанной программы были сопоставлены с решением, полученным исходя из предложенного П.С. Серговским [5] уравнения для аппроксимации кривой скорости сушки:

$$\frac{du}{d\tau} = - \frac{2}{S \left( \frac{1}{\beta} + \frac{2S}{\pi^2 a_m} \right)} (u - u_p). \quad (12)$$

Погрешность расчета средней влажности и построения кривой сушки по разработанной авторами методике составила 2 %, что в 3–4 раза ниже, чем по выражению (12).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кантер, К.Р.* Исследование тепловых свойств древесины [Текст]: дис. ... канд. техн. наук / К.Р. Кантер. – М.: МЛТИ, 1955.
2. *Лыков, А.В.* Теория сушки [Текст] / А.В. Лыков. – М., 1968. – 472 с.
3. Руководящие технические материалы по технологии камерной сушки пиломатериалов [Текст]. – Архангельск: ОАО «Научдревпром-ЦНИИМОД», 2000. – 125 с.
4. *Серговский, П.С.* Гидротермическая обработка древесины [Текст] / П.С. Серговский. – М., 1958. – 440 с.
5. *Серговский, П.С.* Расчет процессов высыхания и увлажнения древесины [Текст] / П.С. Серговский. – М.; Л.: Гослесбумиздат, 1952. – 78 с.
6. *Шубин, Г.С.* Физические основы и расчет процессов сушки древесины [Текст] / Г.С. Шубин. – М., 1973. – 248 с.

Поступила 28.08.09

---

*G.A. Balantsev, N.B. Balantseva*  
Arkhangelsk State Technical University

**Development of Computation Methods for Moisture Transfer in Wood Drying**

The numerical method of wood humidity computation is offered, the results of computation and experiment are compared.

Keywords: drying, wood, computation, humidity, moisture conductivity.

---