

УДК 674.093

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСКРОЯ ПИЛОВОЧНОГО СЫРЬЯ НЕПРАВИЛЬНОЙ ФОРМЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПЛАЙН-ФУНКЦИИ

С. Г. ЕЛСАКОВ

Ленинградская лесотехническая академия

В основе автоматизированной системы индивидуального раскроя хлыстов, бревен, брусьев, необрезных досок правильной или неправильной геометрической формы (т. е. имеющих кривизну оси и эллиптичность поперечного сечения) должно лежать математическое и программное обеспечение, достаточно точно описывающее поверхность предмета обработки с любыми возможными геометрическими параметрами и отклонениями от правильной формы.

Почти вся разработанная теория раскроя сырья и, в частности, расчета поставов, строится на представлении бревен в виде усеченного конуса или параболоида вращения. В качестве моделей для описания образующей поверхности древесного ствола (хлыста) использовали уравнения: кубической параболы [5], логарифмической кривой, полинома четвертой степени [6] и др. [3]. Поскольку эти модели основаны на представлении о стабильности формы хлыстов, то коэффициенты полиномов образующей имеют свои значения для каждого бонитета и для каждой породы древесины. Погрешность в вычислении текущих диаметров ствола по полиному четвертой степени в сопоставлении с фактическими замерами составляет до 6...8% [8]. Это приводит к ошибкам при определении схем раскроя хлыста и полученных из него бревен по критерию максимального выхода спецификационных пиломатериалов.

В работе [7] учтено, что хлысты и бревна могут иметь кривизну оси и эллиптичность поперечного сечения, а образующая поверхности может быть аппроксимирована любой из перечисленных выше кривых.

Поперечное сечение представляет собой эллипс, уравнения которого

$$\left(\frac{x-f_1}{a}\right)^2 + \left(\frac{y-f_2}{b}\right)^2 = 1,$$

где f_1 и f_2 — координаты центра эллипса;
 a и b — размеры полуосей эллипса.

При движении вдоль оси z (проходящей через центры вершинного и комлевого торцев бревна) параметры a , b , f_1 и f_2 будут являться функциями от z : $a = a(z)$; $b = b(z)$; $f_1 = f_1(z)$; $f_2 = f_2(z)$. Ось хлыста может быть представлена уравнением деформированной синусоиды, а бревна — полиномами второго и третьего порядков.

Однако, согласно исследованиям авторов, представление образующих поверхностей бревен и осевой линии многочленами второго и третьего порядков снижает точность модели до 8%. При сложной форме оси хлыста или бревна в случае многоэкстремальной кривизны полиномиальная интерполяция будет давать более значительные погрешности в промежутках между узлами (координатами) оси бревна. С увеличением числа узлов погрешность не только не уменьшается,

но и начинает расти. Использование кусочной интерполяции (когда ее осуществляют по небольшому количеству узловых точек, а затем многочлены объединяют в общую функцию) приводит к разрыву в узлах интерполяции первой производной.

От этих недостатков свободны аппроксимация и интерполяция с помощью сплайн-функций. Сплайн-аппроксимация первого порядка в сущности есть кусочно-линейная аппроксимация. Чаще всего применяют сплайн третьего порядка. Сплайн-функцию можно наглядно трактовать как линию, которую образует гибкая линейка, закрепленная в узлах интерполяции [1].

Рассмотрим преимущества сплайн-функций перед полиномами при описании кривых кромок необрезных досок. Согласно исследованиям А. М. Копейкина [4], доски неправильной формы в зависимости от формы пласти можно разделить на 18 групп, а по видам кромок — на еще большее число групп. Некоторые из них с достаточной точностью можно описать полиномами 3- и 4-го порядков, другие — уравнением деформированной синусоиды, приведенным в работе [4]. Но для большинства из видов кромок такое математическое описание даст значительную погрешность. Использование же кусочной интерполяции приведет к сложности математического аппарата для выполнения процедур, громоздкости массивов коэффициентов каждого участка кривой и разрыву в узлах интерполяции.

При использовании сплайн-функции уравнение кромки доски на каждом отрезке $[z_i, z_{i+1}]$ запишем в следующем виде:

$$f_i(z) = \frac{1}{6h_i} [m_i(z_{i+1} - z)^3 + m_{i+1}(z - z_i)^3] + \frac{1}{h_i} \left[\left(y_i - \frac{m_i h_i^2}{6} \right) (z_{i+1} - z) + \left(y_{i+1} - \frac{m_{i+1} h_i^2}{6} \right) (z - z_i) \right], \quad (1)$$

где z_i — текущая координата длины бревна;
 $h_i = z_{i+1} - z_i$ — шаг интервала;
 $m_i = f''(z_i)$ — коэффициенты кубического сплайна (см. рис. 1).

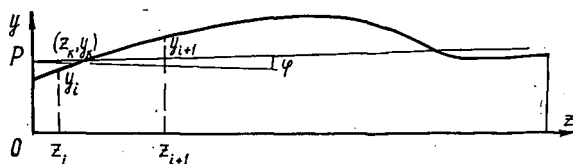


Рис. 1. Расчетная схема определения точек пересечения линии обрезки и кромки необрезной доски, заданной сплайн-функцией

При работе автоматизированного управляющего комплекса снятые системой датчиков координаты кромки доски представляют собой массив координат y_i , помещенный в памяти ЭВМ. Аппроксимируя y_i , получим значения m_i для каждого интервала $[z_i, z_{i+1}]$. Их также сохраним в памяти ЭВМ для выполнения операций по определению точек пересечения линии пропила (обрезки) и кромки необрезной доски (z_k, y_k) , которые находят для каждого интервала $[z_i, z_{i+1}]$ при соблюдении условия $y_{\text{пр}} \in [y_i, y_{i+1}]$ решением системы уравнений:

$$\begin{cases} y = f_i(z); \\ y_{\text{пр}} = z_i \operatorname{tg} \varphi + b. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь первое уравнение в виде сплайн-функции для каждого интервала выражает верхнюю необрезную кромку доски; второе уравнение — линию пропила (обрезки), расположенную под углом φ к оси z и при $z = 0$ находящуюся на расстоянии p по оси y .

Сплайн-аппроксимацию можно использовать не только в качестве математического аппарата при автоматической оптимизации процесса раскря, но и в имитационном моделировании этого процесса. С помощью сплайн-функции можно представить ось хлыста, бревна, их образующие и поперечное сечение.

При имитационном моделировании процесса раскря бревен допустим, что их поперечное сечение — эллипс, т. е. модель бревна запишем в виде:

$$\left(\frac{x_i}{a_i(z)}\right)^2 + \left(\frac{y_i - f_i(z)}{b_i(z)}\right)^2 = 1. \quad (3)$$

Здесь f_i — ось бревна сложной кривизны, расположенная в одной плоскости yz на каждом отрезке $[z_i, z_{i+1}]$. Ее можно представить в виде уравнения (1);
 $a_i(z), b_i(z)$ — образующие бревна, изменяющиеся либо линейно (т. е. эллиптический усеченный конус с изогнутой осью), либо полиномом n -го порядка, либо сплайн-функцией при задании массива координат для образующих $a_i(z)$ и $b_i(z)$.

Пользователю имитационной программы необходимо задать некоторое число координат, явно характеризующих ось бревна (или хлыста), т. е. точки экстремума, перегиба, граничные и ряд промежуточных точек, как, например, на рис. 2.

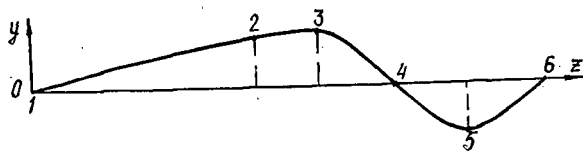


Рис. 2. Схема задания узлов сплайн-функции, явно характеризующих вид линии

Сплайн-аппроксимация обеспечивает высокую точность при малом числе узлов и при широком общем интервале изменения аргумента $[z_1, z_n]$. При задании шага по оси z (им может быть величина градации длины досок) определяют все промежуточные точки оси, т. е. ординаты y_{0i} , соответствующие аппликате z_i . Массив значений координат оси $F(y_{0i})$ сохраняется в памяти ЭВМ и в любой момент может быть использован для выполнения дальнейших процедур по раскря бревна. Вычислять и хранить в памяти коэффициенты сплайн-функции m_i нет необходимости.

Для проведения исследований по раскря бревен различной конфигурации предпочтительней создать банк данных координат кривых осей различной формы и по виду кривой обращаться к определенному массиву банка.

В работе [2] подробно описан алгоритм работы оптимизационной модели раскря бревен неправильной формы по критерию максимального выхода пиломатериалов. Он ориентирован для раскря бревен с односторонней кривизной, но основные его положения приемлемы и для

бревен со сложной кривизной, с учетом своеобразной геометрической интерпретации.

Таким образом, математическое и программное обеспечение с использованием сплайн-функции позволяет моделировать и производить имитацию раскря хлыстов, бревен, брусьев и необрезных досок, обладающих любыми произвольными пороками формы. Это обеспечение может лежать в основе автоматизированных систем индивидуальной оптимизации раскря такого сырья с высокой точностью.

ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВУЗов.— М.: Наука, 1980.— 976 с. [2]. Елсаков С. Г., Калитеевский Р. Е. О раскря пиловочных бревен неправильной формы // Изв. вузов. Лесн. журн.— 1990.— № 2.— С. 60—68. [3]. Захаров В. К. Лесная таксация.— М.: Высш. школа, 1961.— 357 с. [4]. Копейкин А. М. Математическое моделирование и автоматизация управления операцией обрезки пиломатериалов: Автореф. дис. . . канд. техн. наук.— Минск; 1971.— 23 с. [5]. Менделеев Д. И. Работы по сельскому хозяйству и лесоводству.— М.: Изд. АН СССР, 1954.— 240 с. [6]. Петровский В. С. Автоматическая оптимизация раскря древесных стволов.— М.: Лесн. пром-сть, 1970.— 183 с. [7]. Пижурин А. А., Розенблит М. С. Основы моделирования и оптимизации процессов деревообработки.— М.: Лесн. пром-сть, 1988.— 294 с. [8]. Сухов И. Е. Раскря хлыстов и сортировка пиловочника на лесопильных предприятиях с целью увеличения выхода пиломатериалов: Автореф. дис. . . канд. техн. наук.— Л., 1986.— 20 с.

Поступила 20 февраля 1990 г.

УДК 621.933.6

ПРИМЕНЕНИЕ КРИВОШИПНО-КУЛИСНОГО МЕХАНИЗМА В КАЧЕСТВЕ МЕХАНИЗМА СОГЛАСОВАНИЯ СКОРОСТЕЙ РЕЗАНИЯ И ПОДАЧИ ЛЕСОПИЛЬНОЙ РАМЫ

Г. Ф. ПРОКОФЬЕВ, Ю. А. ВАРФОЛОМЕЕВ

Архангельский лесотехнический институт

Шероховатость поверхности пиломатериалов, получаемых на лесопильных рамах, в значительной степени определяется величиной подачи на зуб U_z рамной пилы. На двухэтажных лесопильных рамах, применяемых в промышленности, подача распиливаемого материала задается равномерной и непрерывной. Пилы совершают возвратно-поступательное движение. Использование такой кинетики приводит к неравномерности подачи на зуб при рабочем ходе и скоблению зубьями дна пропила при холостом ходе. В конце рабочего хода пил подача на зуб возрастает и до двух раз превышает среднюю расчетную. Качество пиломатериалов по шероховатости получается низким; на пилы действуют пиковые силы, превышающие средние в 5—8 раз; характерна низкая надежность пил и захватов, интенсивное затупление зубьев пил. Для выравнивания подачи на зуб может быть использован кривошипно-кулисный механизм с вращающейся кулисой, встроенный в механизм подачи [1].

Схема механизма непрерывно-переменной подачи лесопильной рамы приведена на рис. 1. Кривошип кривошипно-кулисного механизма 1 с вращающейся кулисой жестко связан с кривошипом коленчатого вала. При равномерном вращении кривошипа угловая скорость кулисы — переменная, так как ось ее вращения смещена относительно оси вращения кривошипа. От механизма 1 движение через передачи 2, 4 и вариант 3 (или коробку скоростей) передается на подающие вальцы 5.

Перемещение распиливаемого материала S без учета проскальзывания в вальцах определяли по формуле