

УДК 625.033

***А.Н. Минаев, А.И. Никифорова, А.А. Пельмский, Д.С. Киселев,  
В.А. Андронов, В.Н. Язов***

С.-Петербургский государственный лесотехнический университет имени С.М. Кирова

Минаев Александр Николаевич родился в 1945 г., окончил в 1972 г. С.-Петербургскую государственную лесотехническую академию им. С.М. Кирова, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой водного транспорта леса и гидравлики С.-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова. Имеет более 120 печатных работ в области исследования двухфазных потоков в напорных гидротранспортных системах, сохранения гидробионтов при кавитационных режимах, возникающих в турбинах ГЭС.  
E-mail: vtl-lta@mail.ru



Никифорова Антонина Ивановна окончила в 1998 г. С.-Петербургскую государственную лесотехническую академию им. С.М. Кирова, кандидат технических наук, доцент кафедры технологии лесозаготовительных производств С.-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова. Автор учебника, 2 учебных пособий, 2 монографий, 15 патентов и более 50 научных статей в области новых технологий лесосечных работ, обеспечивающих повышение их экономической и экологической эффективности с соблюдением принципов неистощительного природопользования и расширенного воспроизводства лесных ресурсов.  
E-mail: tlzp@inbox.ru



Пельмский Александр Андреевич родился в 1987 г., окончил в 2010 г. С.-Петербургскую государственную лесотехническую академию им. С.М. Кирова, аспирант кафедры технологии лесозаготовительных производств С.-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова.  
E-mail: pelych@mail.ru



Киселев Денис Сергеевич родился в 1987 г., окончил в 2008 г. С.-Петербургскую государственную лесотехническую академию им. С.М. Кирова, аспирант кафедры технологии лесозаготовительных производств С.-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова. Имеет 10 научных работ в области снижения экологического ущерба лесной среде, вызванного работой лесозаготовительной техники.  
E-mail: tlzp@inbox.ru



Андронов Вячеслав Александрович родился в 1983 г., окончил в 2005 г. С.-Петербургскую государственную лесотехническую академию им. С.М. Кирова, старший преподаватель кафедры лесных гусеничных и колесных машин С.-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова.  
E-mail: andronovalexandr@gmail.com



© Минаев А.Н., Никифорова А.И., Пельмский А.А., Киселев Д.С., Андронов В.А., Язов В.Н., 2013

Язов Владимир Николаевич родился в 1953 г., окончил в 1976 г. С.-Петербургскую государственную лесотехническую академию им. С.М. Кирова, старший преподаватель кафедры сухопутного транспорта леса С.-Петербургского государственного лесотехнического университета имени С.М. Кирова. Область научных интересов – автоматизация проектирования объектов лесотранспорта и информационных технологий.  
E-mail: YazovVN@yandex.ru



## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ КОЛЕИ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ КОЛЕСНЫХ ЛЕСНЫХ МАШИН

Предложена математическая модель процесса взаимодействия колеса машины с лесным грунтом, учитывающая скорость движения машины. В явном виде учитываются геометрические параметры шины, нагрузка на колесо и механические параметры грунта, что позволяет на практике оценивать глубину образующейся колеи при проходе колесной техники.

*Ключевые слова:* грунт, колесный движитель, колеобразование.

Для теоретического рассмотрения процесса деформации при взаимодействии шины и грунта используют два подхода: первый подход основан на определении эпюр нормальных и касательных давлений в контакте, их интегрировании и приравнивании сил, приложенным к оси колеса [1], второй – на рассмотрении лишь характерных зон поверхности контакта, параметры которых аналитически выражаются через деформацию шины и грунта. На практике любые решения по взаимодействию колеса с грунтом, ввиду неоднородности и нестабильности лесного грунта, являются приближенными, т. е. в большинстве случаев второй подход более целесообразен. Учитывая изложенное, математическую модель взаимодействия колесной машины с лесным грунтом будем строить, используя один из методов второго подхода.

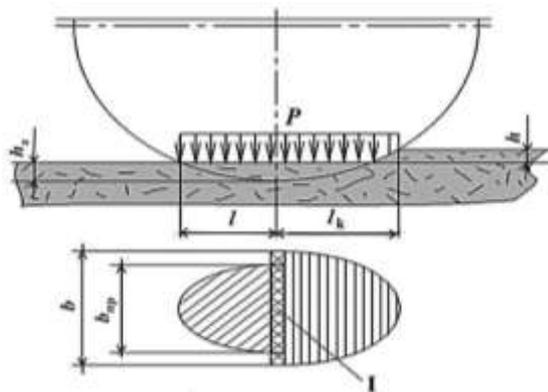


Рис. 1. Расчетная схема взаимодействия колеса с грунтом (I – зона контакта)

Расчетная схема взаимодействия колеса с основанием представлена на рис. 1. В качестве определяющей выбрана зона контакта I. Нагрузка  $P$  в этой зоне может быть аналитически выражена через деформацию шины:

$$P = pb_{\text{пр}} = \frac{\pi h_z}{2} \left( \frac{B}{H'} + \frac{3H'}{B} \right) (p_w + p_0) \left( 1 - \frac{h_z}{B} \right), \quad (1)$$

где  $p$  – давление в зоне контакта;

$b_{\text{пр}}$  – см. схему на рис. 1;

$h_z$  – нормальный прогиб шины при внешнем действии нагрузки;

$B$  – ширина профиля шины;

$H'$  – высота профиля шины;

$p_w$  – внутреннее давление воздуха в шине;

$p_0$  – давление в контакте при  $p_w = 0$ .

Методика расчета деформируемости шин с учетом конструктивных особенностей каркаса, протектора и боковин приведена в специальной литературе [2]. Боковая и тангенциальная деформации шины определяются, как правило, экспериментально [2].

Для оценки нормального прогиба в зависимости от нагрузки и давления воздуха на практике может быть использована следующая эмпирическая формула [7]:

$$h_z = 0,562K \frac{G_k^{3/4}}{10 + p_w}, \quad (2)$$

где  $K$  – постоянный для данной шины коэффициент, определяемый экспериментально: для диагональных шин низкого давления – 0,4...0,74, для шин с регулируемым давлением – 0,45...0,63; для широкопрофильных шин – 0,25...0,50;

$G_k$  – внешняя нагрузка на колесо, Н.

Здесь  $p_w$  приведена в мега-паскалях.

Далее рассмотрим физическую модель деформации лесного грунта, используя физическую картину деформации грунта штампом.

При относительно малых нагрузках грунт срезается по периметру и уплотняется. Под штампом образуется уплотненное ядро, которое перемещается в направлении действия нагрузки, уплотняя прилегающие слои грунта. При дальнейшем нагружении напряжения в грунте в некоторых зонах достигают предельных по прочности грунта значений и вызывают сдвиги. По мере роста нагрузки увеличивается объем грунта, подвергшегося сдвигу, и погружение штампа в грунт. Далее происходит сдвиг всего объема грунта, прилегающего к штампу. Значительное погружение штампа при незначительном повышении нагрузки сопровождается выпиранием грунта в стороны от штампа. Под несущей способностью грунта  $p_s$  будем понимать среднее давление на этом этапе деформирования.

В механике грунтов при оценке деформаций и прочности грунта широко используют такой параметр, как модуль деформации  $E$ . Модуль деформации

грунта определяют по общей деформации грунта (обратимой и необратимой):

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}, \quad (3)$$

где  $\sigma$  – напряжения;

$\varepsilon$  – относительная деформация.

Будем рассматривать грунт как линейно-деформируемое тело с модулем  $E$ , а отклонение действительных деформаций от линейных  $h_{\text{л}}$  выразим соотношением нормального давления и несущей способности грунта:

$$h = h_{\text{л}} \frac{P_s}{P_s - P}. \quad (4)$$

Расчетная схема определения линейной деформации грунта представлена на рис. 2. Сжатие элементарного слоя с начальной толщиной  $dz_0$  выражается уравнением

$$dh_{\text{эл}} = \varepsilon dz_0, \quad (5)$$

а толщина элементарного слоя в деформированном состоянии:

$$dz = dz_0(1 - \varepsilon). \quad (6)$$

Решив уравнения (4) и (5) совместно с (3), получим:

$$dh_{\text{л}} = \frac{\sigma}{E - \sigma} dz. \quad (7)$$

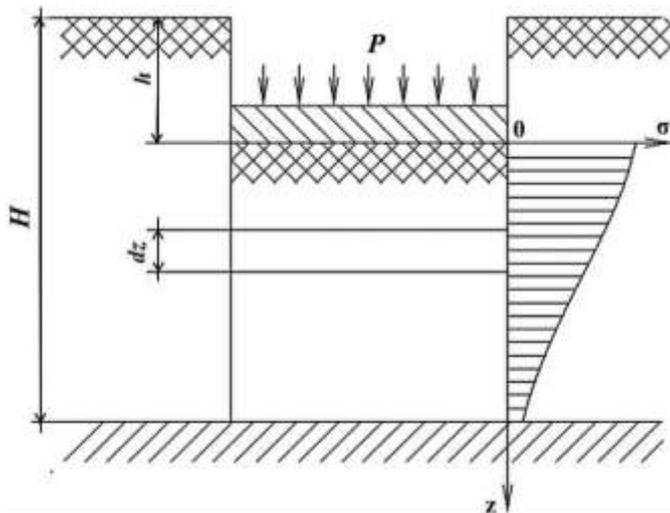


Рис. 2. Расчетная схема линейной деформации грунта

Распределение напряжений в грунте по глубине [6]:

$$\sigma = \frac{P}{1 + \left(\frac{z}{aD'}\right)^2},$$

где  $p$  – давление на грунт;

$a, D'$  – параметры, зависящие от геометрических характеристик штампа:

$$a = 1 - b/H;$$

$D'$  – диаметр круга, равновеликого по площади штампу;

$b$  – ширина штампа;

$H$  – толщина штампа.

Тогда суммарная линейная деформация грунта

$$h_{\text{л}} = \int_0^{H-h_e} \frac{\sigma}{E - \sigma} dz = \frac{paD'}{\sqrt{E(E-p)}} \arctan \left[ \frac{E(H-h_{\text{л}})}{aD'\sqrt{E(E-p)}} \right]. \quad (8)$$

Учтем, что

$$h_{\text{л}} = h \frac{p_s - p}{p_s}. \quad (9)$$

Подставив выражение (9) в (8), получим уравнение для определения деформации грунта с учетом сдвигов:

$$p_s paD' \arctan \left[ \frac{E(Hp_s - hp_s + hp)}{p_s aD' \sqrt{E(E-p)}} \right] - p_s h \sqrt{E(E-p)} + ph \sqrt{E(E-p)} = 0. \quad (10)$$

Несущая способность грунта не является независимой постоянной грунта, а изменяется в зависимости от размеров штампа и глубины его погружения. Несущая способность однородного грунта может быть выражена уравнениями [1]:

$$p_s = 0,25\pi^2 \arctan \left[ \frac{\pi(H-h)}{2b} \right] p_{s0};$$

$$p_{s0} = J_1 X_1 b + J_2 X_2 + X_3 h; \quad (11)$$

$$J_1 = \frac{l}{l + 0,4b}; J_2 = \frac{l+b}{l + 0,5b};$$

$$X_1 = \gamma \frac{(1 - k_f^4)}{k_f^5}; X_2 = C_0 \frac{k_f^2 + 1}{k_f^3}; X_3 = \frac{\gamma}{k_f^2}; k_f = \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_0}{2} \right),$$

где  $p_{s0}$  – вспомогательная функция при определении несущей способности грунта, учитывающая геометрию штампа и свойства грунта;

$\gamma = \rho g$ ;

$\rho$  – плотность грунта;

$k_f$  – вспомогательная функция, учитывающая влияние угла внутреннего трения грунта на несущую способность грунта;

$C_0$  – внутреннее сцепление грунта;

$\varphi_0$  – угол внутреннего трения.

Эксперименты показали [3], что для грунтов характерна релаксация напряжений. Используемые релаксационные модели грунта обычно основаны на теории Максвелла: выравнивание или релаксация напряжений в пластичных телах во времени совершается пропорционально наличной величине напряжений [8].

Известно, что время действия на грунт нагрузки можно учесть некоторым коэффициентом, зависящим от релаксационных свойств грунта [5]. Значение этого коэффициента можно найти, например, из следующего уравнения [2]:

$$K_d = \frac{\sigma_0 \int_0^t \exp\left(1 - \frac{t}{t_p}\right) dt}{\sigma_0 \int_0^\infty \exp\left(1 - \frac{t}{t_p}\right) dt} = 1 - \exp\left(-\frac{t}{t_p}\right), \quad (12)$$

где  $\sigma_0$  – начальное напряжение;

$t$  – время воздействия;

$t_p$  – время релаксации напряжений.

Выразим время  $t$  через скорость машины  $v$  и длину площадки контакта  $l \approx 2\sqrt{Dh_z}$ :

$$t = \frac{v}{2\sqrt{Dh_z}}. \quad (13)$$

Время релаксации грунта имеет корреляционную связь с величиной, обратной углу внутреннего трения [2]:

$$t_p = \frac{k_p}{\varphi_0}, \quad (14)$$

где  $k_p = 0,5^\circ$ .

Таким образом,

$$K_d = 1 - \exp\left(-\frac{\varphi_0 v}{2k_p \sqrt{Dh_z}}\right). \quad (15)$$

Тогда окончательно глубину колеи с учетом скорости движения машины и нагрузки на колесо можно получить из уравнения (10). Для этого используем значение  $p$ , полученное из выражения (1), предварительно разделив его на  $b_{np}$  и умножив на  $K_d$  по (15). При определении параметров грунта, входящих в уравнение (9), вместо  $b$  необходимо использовать  $b_{np}$ . Величину  $l$  принимаем равной 0,01 м (длина зоны I на рис. 1). Для расчета принимаем геометрические параметры шины  $B, H', D, b_{np}$  по [4] для шины 12,4/11-38” (трактор Т-40АЛ); характеристики основания:  $E = 400$  кПа;  $C_0 = 10$  кПа;  $\varphi_0 = 150$ ;  $H = 1$  м.

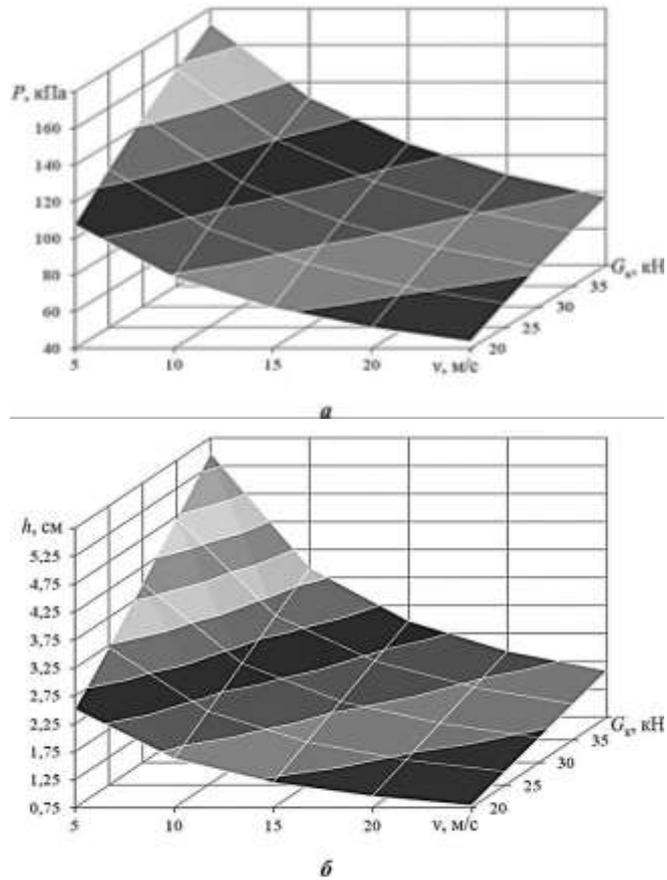


Рис. 3. Зависимость давления  $P$  в зоне контакта шины с грунтом (а) и глубины  $h$  при одном проходе машины (б) от скорости машины  $v$  и нагрузки на колесо  $G_k$

Результаты расчетов представленные на рис. 3, показали очевидную нелинейную зависимость как давления на грунт, так и глубины колеи от скорости машины.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агейкин Я.С. Вездеходные колесные и комбинированные движители. М.: Машиностроение, 1972. 184 с.
2. Агейкин Я.С. Проходимость автомобилей. М.: Машиностроение, 1981. 232 с.
3. Вялов С.С. Реологические основы механики грунтов. М.: Высш. шк., 1979. 118 с.
4. Исследование компоновки лесных колесных тракторов с шарнирной рамой конструкции ЛТА / С.Ф. Козьмин, М.Я. Дурманов, Г.В. Каршев, С.В. Спиридонов СПб.: Изд-во СПбГЛТА, 2010. 98 с.

5. Математическая модель образования колеи в почвогрунтах колесными машинами с упругими шинами / С.М. Базаров [и др.] // Науч. обозрение. 2012. № 5. С. 56–69.

6. Моделирование уплотнения почвогрунта в боковых полосах трелевочного волока с учетом изменчивости трассы движения / В.Я. Шапиро, И.В. Григорьев, Д.В. Лепилин, А.И. Жукова // Ученые записки ПетрГУ. Серия: Естественные и технические науки. 2010. № 6. С. 61–64.

7. Расчет нормальной жесткости шин для оценки их эксплуатационных показателей / А.Н. Евграфов [и др.] // Автомоб. пром-сть. 1977. № 3. С. 20–22.

8. Шапиро В.Я., Григорьев И.В., Жукова А.И. Оценка процессов деформирования почвы при циклическом уплотнении // Лесн. журн. 2008. № 4. С. 44–51. (Изв. высш. учеб. заведений).

Поступила 10.01.13

*A.N. Minaev, A.I. Nikiforova, A.A. Pelymsky, D.S. Kiselev, V.A. Andronov, V.N. Yazov*

St. Petersburg State Forest Technical University named after S.M. Kirov

#### **Mathematical Model for Rutting by the Action of Wheeled Forest Vehicles**

A mathematical model of interaction of the wheel with the forest soil, taking into account the speed of the vehicle, has been developed. We explicitly take into account tire geometrics, wheel load and mechanical properties of soil, which allows assessing the depth of the rut left by the passing vehicles.

*Keywords:* soil, wheeled vehicle, rutting.

