ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

№ 6 ЛЕСНОЙ ЖУРНАЛ 1986

ЛЕСОЭКСПЛУАТАЦИЯ

УДК 625.31.001.24

УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕМПЕРАТУРНО-НАПРЯЖЕННОГО ПУТИ ПРИ АСИММЕТРИЧНОМ ИЗМЕНЕНИИ СИЛ СОПРОТИВЛЕНИЯ

С. И. МОРОЗОВ

Архангельский лесотехнический институт

Устойчивость температурно-напряженного железнодорожного пути в настоящее время рассчитывают при симметричном изменении сил сопротивления по длине волны искривления рельсошпальной решетки [1, 3, 4]. На практике, однако, возможны случаи, когда силы сопротивления асимметричны, например, при производстве путевых работ, связанных с ослаблением рельсошпальной решетки.

В статье рассмотрено влияние асимметрии на устойчивость пути в общем случае и дана оценка этого фактора для частного случая. Ниже использованы следующие предпосылки:

рельсошпальная решетка заменяется балкой постоянного поперечного сечения эквивалентной жесткостью EI в горизонтальной плоскости;

изгиб пути происходит в зоне начальной неровности его оси, которая аппроксимирована уравнением:

$$y_z = 0{,}5 f_0 (1 - \cos \beta z), \tag{1}$$

где $\beta = \pi / z_0$;

f_0, z_0 — стрела прогиба и половина длины неровности;

$z = x - x_н$, y_z — текущая абсцисса и ордината неровности;

искривленный участок плавно сопрягается с прилегающими прямолинейными частями, поэтому $y(0) = y'(0) = y''(0) = y(l) = y'(l) = y''(l) = 0$;

интенсивность распределенных сил сопротивления $q = q(x)$ зависит от положения сечения по длине участка и не зависит от его поперечного смещения, т. е. в каждом сечении $q = \text{const}$;

потеря устойчивости происходит в горизонтальной плоскости;

участок пути расположен на прямой.

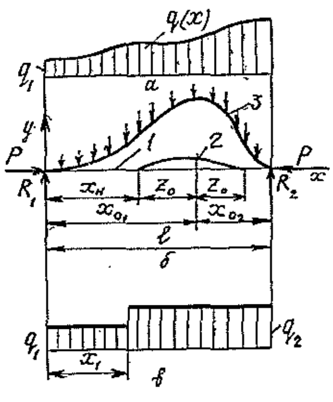

Рис. 1. Расчетная схема.

а — эпюра сил сопротивления в общем случае; *б* — изогнутый участок пути: *1* — начальное положение; *2* — начальная неровность; *3* — ось пути при искривлении; *в* — ступенчатая эпюра сил сопротивления.

Для решения задачи используем методику, приведенную в работе [3]. Расчетная схема приведена на рис. 1, дифференциальное уравнение изогнутой оси

$$EIy^{\mathrm{IV}} = -Py'' - q(x) - Py''_z \tag{2}$$

или

$$y^{\mathrm{IV}} + k^2 y = -n(x) - k^2 y''_z, \tag{2a}$$

где $k^2 = P/EI$; $\quad n(x) = q(x)/EI$.

Решение дифференциального уравнения (2) в общем случае имеет вид [3]

$$y = y(0)\cos kx + \frac{1}{k} y'(0)\sin kx + \frac{M_0}{EIk^2}(1-\cos kx) +$$
$$+\frac{R_1}{EIk^3}(kx - \sin kx) - \frac{1}{EIk^3}\int_0^x q(\xi)[k(x-\xi) - \sin k(x-\xi)]\,d\xi +$$
$$+ k\int_{x_{\text{н}}}^x y_z(\xi)\sin k(x-\xi)\,d\xi. \tag{3}$$

Для заданных краевых условий получим

$$y = \frac{R_1}{EIk^3}(kx - \sin kx) - \frac{1}{EIk^3}\int_0^x q(\xi)[k(x-\xi) - \sin k(x-\xi)]\,d\xi +$$
$$+ k\int_{x_{\text{н}}}^x y_z(\xi)\sin k(x-\xi)\,d\xi. \tag{3a}$$

При определении прогибов на отдельных участках волны искривления имеем:
на участке $0 \leqslant x \leqslant x_{\text{н}}$

$$y_1 = \frac{R_1}{EIk^3}(kx - \sin kx) - \frac{1}{EIk^3}\int_0^x q(\xi)[k(x-\xi) - \sin k(x-\xi)]\,d\xi; \tag{4}$$

на участке $x_{\text{н}} \leqslant x \leqslant x_{\text{н}} + 2z_0$ (в зоне начальной неровности)

$$y_2 = y_1 + k\int_0^z y_z(\xi)\sin k(z-\xi)\,d\xi; \tag{5}$$

на участке $x_{\text{н}} + 2z_0 \leqslant x \leqslant l$

$$y_3 = y_2 - k\int_0^u y_z(\xi)\sin k(u-\xi)\,d\xi, \tag{6}$$

где $u = x - (x_{\text{н}} + 2z_0)$, $\quad z = x - x_{\text{н}}$.

Для неровности, заданной уравнением (1), выражения (5) и (6) приводятся к виду:

$$y_2 = y_1 + \frac{f_0}{2}(1-\lambda)\cos kz - \frac{f_0}{2}(1 - \lambda\cos\beta z); \tag{5a}$$

$$y_3 = y_1 + \frac{f_0}{2}(1-\lambda)(\cos kz - \cos ku) + \frac{f_0}{2}\lambda(\cos\beta z - \cos\beta u), \tag{6a}$$

где $\lambda = k^2/(k^2 - \beta^2)$.

Левую опорную реакцию найдем из условия $y''(l) = 0$, что дает

$$R_1 = \frac{1}{l}\int_0^l q(\xi)(l-\xi)\,d\xi. \tag{7}$$

Согласно методике, изложенной в работе [3], с помощью уравнений (4) — (6) на момент выброса рельсошпальной решетки необходимо определить критическое значение силы P, длину волны искривления, параметры критической неровности, для которой критическая сила минимальна.

Для определения этих характеристик устойчивости используем условия $y(l) = y'(l) = 0$. Так как в данном случае $z = l - x_{0_1} + z_0$ и $u = l - x_{0_1} - z_0$, то:

$$\cos kz = \cos k\left(l - x_{0_1} + z_0\right) = \cos k\left(x_{0_2} - z_0\right);$$

$$\cos ku = \cos k\left(l - x_{0_1} - z_0\right) = \cos k\left(x_{0_2} + z_0\right);$$

$$\cos \beta u - \cos \beta z = 0.$$

Используя уравнение (6), получим:

$$\frac{R_1}{EIk^3}(kl - \sin kl) - \frac{1}{EIk^3}\int_0^l q(\xi)[k(l-\xi) - \sin k(l-\xi)]\,d\xi =$$

$$= f_0(1-\lambda)\sin kx_{0_2}\sin kz_0; \tag{8}$$

$$\frac{R_1}{EIk^3}(1 - \cos kl) - \frac{1}{EIk^3}\int_0^l q(\xi)[1 - \cos k(l-\xi)]\,d\xi =$$

$$= f_0(1-\lambda)\cos kx_{0_2}\sin kz_0. \tag{9}$$

Методика дальнейшего решения состоит в следующем:

а) исключаем kx_{0_2} из уравнения (8) и (9), для чего оба уравнения возводим в квадрат и складываем;

б) взяв от этого уравнения производную $\partial k/\partial l$ и приравняв ее нулю, получим уравнение для определения параметра kl, соответствующего моменту выброса решетки;

в) взяв от этого же уравнения производную $\partial k/\partial z_0$ и приравняв ее нулю, получим уравнение для определения параметра kz_0, соответствующего минимальной критической силе.

Критическую силу находим из уравнения, полученного в пункте (а). Разделив (8) на (9), получим выражение для определения kx_{0_2}.

Применение этой методики в общем виде приводит к громоздким выражениям, не имеющим практической ценности. Поэтому далее рассмотрим частный случай, когда силы сопротивления по длине участка изменяются по ступенчатому закону (рис. 1, *в*).

Используя (7), находим:

$$R_1 = \frac{1}{2l}\left[(q_1 - q_2)(2lx_1 - x_1^2) + q_2 l^2\right].$$

Обозначим для общности $q_2/q_1 = m$, $x_1/l = \alpha$. Тогда

$$R_1 = q_1 l\cdot\frac{1}{2}[(1-m)(2\alpha - \alpha^2) + m].$$

Наконец, полагая

$$B = 0{,}5[(1-m)(2\alpha - \alpha^2) + m],$$

получим окончательно

$$R_1 = Bq_1 l. \tag{10}$$

Аналогично получаем выражения для интегралов в уравнениях (8) и (9)

$$\int_0^l q(\xi)[k(l-\xi) - \sin k(l-\xi)]d\xi = \frac{q_1}{k} k^2 l^2 B + \frac{q_1}{k} \Delta_1; \tag{11}$$

$$\int_0^l q(\xi)[1 - \cos k(l-\xi)]\, d\xi = \frac{q_1}{k} klB_1 - \frac{q_1}{k} \Delta_2, \tag{12}$$

где $B_1 = (1-m)\alpha + m;$

$$\Delta_1 = \cos kl - m - (1-m)\cos kl(1-\alpha);$$

$$\Delta_2 = (1-m)\sin kl(1-\alpha) - \sin kl.$$

Подставляем (10), (11) и (12) в уравнения (8) и (9). Преобразовывая, получим:

$$Bkl \sin kl + \Delta_1 = -\frac{k^4 EI}{q_1} f_0 (1-\lambda) \sin kx_{0_2} \sin kz_0; \tag{13}$$

$$Bkl \cos kl + B_2 kl + \Delta_2 = -\frac{k^4 EI}{q_1} f_0 (1-\lambda) \cos kx_{0_2} \sin kz_0, \tag{14}$$

где $B_2 = B - B_1 = \frac{1}{2}[(1-m)\alpha^2 + m].$

Согласно приведенной выше методике, возводим оба уравнения в квадрат и складываем:

$$(Bkl \sin kl + \Delta_1)^2 + (Bkl \cos kl + B_2 kl + \Delta_2)^2 =$$

$$= \left[\frac{k^4 EI}{q_1} f_0 (1-\lambda) \sin kz_0\right]^2. \tag{15}$$

С помощью уравнения (15) можно решить две задачи: определить критическую силу в зоне конкретной начальной неровности и минимальную критическую силу для участка пути произвольной длины.

Для определения значения kl на момент выброса решетки берем производную по kl от уравнения (15) и приравниваем ее нулю

$$(Bkl \sin kl + \Delta_1)[B(\sin kl + kl\cos kl) - \sin kl +$$

$$+ (1-m)(1-\alpha)\sin kl(1-\alpha)] + (Bkl\cos kl + B_2 kl + \Delta_2)[B(\cos kl -$$

$$- kl \sin kl) - \cos kl + B_2 + (1-m)(1-\alpha)\cos kl(1-\alpha)] = 0. \tag{16}$$

Наконец, разделив (13) на (14), получим:

$$\operatorname{tg} kx_{0_2} = \frac{Bkl \sin kl + \Delta_1}{Bkl \cos kl + B_2 kl + \Delta_2}. \tag{17}$$

Правые части уравнения (15)

$$\Pi^2 = (Bkl \sin kl + \Delta_1)^2 + (Bkl \cos kl + B_2 kl + \Delta_2)^2,$$

а также правые части уравнений (16) и (17) имеют общий вид и не привязаны к какой-либо конкретной конструкции пути. Найденные с их помощью значения kl, kx_{0_2}, Π для ряда значений α и m приведены в табл. 1. Эпюры сил сопротивления для каждого значения показаны на рис. 2.

Таблица 1

m	Значения kl, kx_{0_2}, $П$ при α														
	0			0,25			0,50			0,75			1,00		
	kl	kx_{0_2}	$П$	kl	kx_{0_2}	$П$	kl	kx_{0_2}	$П$	kl	kx_{0_2}	$П$	kl	kx_{0_2}	$П$
1	2π	π	2π	2π	π	2π	2π	π	2π	2π	π	2π	2π	π	2π
2	2π	π	4π	6,38073	3,10456	12,05078	6,35511	2,96259	9,64053	6,17535	2,94839	6,93719	2π	π	2π
3	2π	π	6π	6,42256	3,09381	17,86077	6,44850	2,8964	13,22727	6,13483	2,81873	7,71200	2π	π	2π
5	2π	π	10π	6,4600	3,08598	29,51094	6,58626	2,84528	20,66456	6,14528	2,65882	9,47706	2π	π	2π
10	2π	π	20π	6,49068	3,08065	58,67488	6,75690	2,81236	39,74407	6,32477	2,48399	14,54297	2π	π	2π

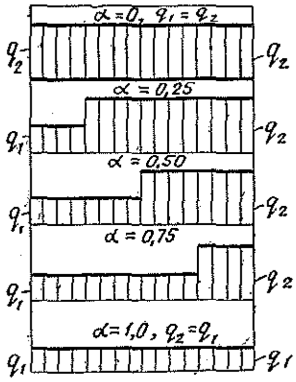

Рис. 2. Эпюры сил сопротивления.

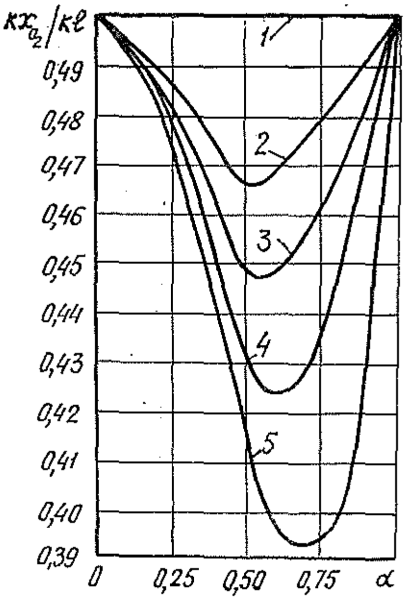

Рис. 3. Графики асимметрии прогибов.

$1 - m = 1$; $2 - m = 2$; $3 - m = 3$; $4 - m = 5$; $5 - m = 10$.

Случаи, когда $\alpha = 0$, $\alpha = 1$ и $m = 1$ (при любом α), соответствуют действию симметричных по длине участка сил сопротивления (равномерно распределенные по длине участка) различной интенсивности. Для всех них $kl = 2\pi$, $kx_{0_2} = \pi$. Для $m = 1$

при любом α, а также для $\alpha = 1$ при любом m имеем $\Pi = 2\pi$. Для $\alpha = 0$ имеем $\Pi = 2\pi m$.

При асимметрии сил сопротивления $kx_{0_2} \neq 1/2\ kl$, т. е. волна искривления будет также асимметричной. Степень асимметрии зависит от m и α и характеризуется графиками, приведенными на рис. 3.

Значение критической силы в зоне данной конкретной неровности определяется по формуле

$$P_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{\Pi q_1 EI}{f_0 (1 - \lambda) \sin kz_0}}. \tag{18}$$

Так как параметр k выражается через P, то уравнение (18) надо решать итерационным способом. Значение силы $P_{\text{кр}}$ зависит от длины $2z_0$ и стрелы прогиба f_0 неровности на данном участке. Для примера в табл. 2 приведен ряд значений $P_{\text{кр}}$, вычисленных по формуле (18) при $q_1 = 3$ Н/см, $m = 3$, $z_0 = 150$ см, $EI = 32 \cdot 10^8$ Н · см². Значения Π взяты из табл. 1.

Таблица 2

f_0, см	Значения $P_{\text{кр}}$, кН, при α				
	0	0,25	0,50	0,75	1,00
0,20	750,4	731,7	636,9	499,8	456,7
0,25	676,4	659,8	575,6	553,0	414,3
0,30	622,2	607,1	530,5	418,4	382,9

Пусть допускаемое значение $P_{\text{кр}} = 622{,}2$ кН. В тех случаях, когда расчетное значение $P_{\text{кр}}$ больше 622,2, то ослабление верхнего пути при ремонте, сопровождающееся асимметрией сил сопротивления, не приведет к снижению устойчивости рельсошпальной решетки; если расчетное значение $P_{\text{кр}}$ меньше 622,2 кН, то устойчивость снижается, что требует введения ограничений на верхнюю температурную границу рельсов при производстве ремонтных работ.

Аналогично можно определить $P_{\text{кр}}$ для других значений z_0 и f_0.

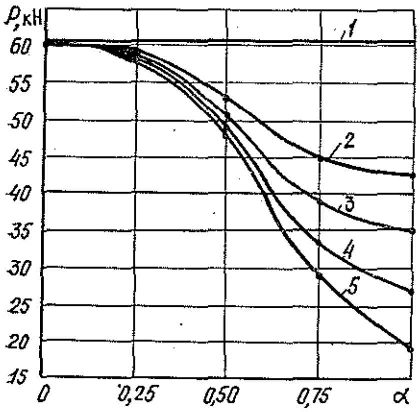

Рис. 4. Графики зависимости минимальной критической силы при ремонтных работах от α для различных m. Обозначения см. на рис. 3.

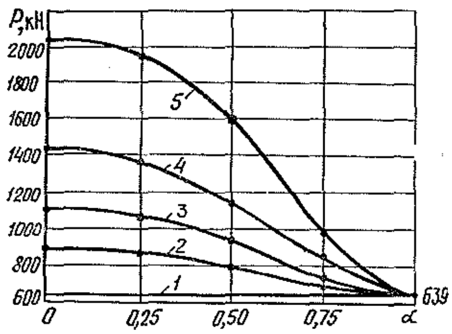

Рис. 5. Графики зависимости минимальной критической силы под поездом от α для различных m. Обозначения те же.

Как показано в работе [2], имеются неровности критической длины, для которых значение $P_{кр}$ минимально. Используя условие $\partial P_{кр}/\partial z_0 = 0$ и применяя его к уравнению (15), т. е. дифференцируя его по kz_0, получим, что min $P_{кр}$ соответствует условие $kz_0 = 2{,}63$. Подставляя это значение в формулу (18), получим:

$$\min P_{кр} = \sqrt{\frac{\Pi q_1 EI}{1{,}64 f_0}}. \tag{19}$$

Зависимости min $P_{кр}$ от α для различных m при $q_2 = 9$ Н/см, $EI = 32 \cdot 10^8$ Н · см^2 и $f_0 = 0{,}3$ см приведены на рис. 4. Можно отметить, что по мере увеличения m и α степень уменьшения min $P_{кр}$ возрастает. В этих условиях длина участка искривления перед выбросом увеличивается. Так, для $m = 10$ при $\alpha = 0$ значение l составляет 456 см, а при $\alpha = 1$ — 812 см, что равно длине одного звена рельса типа Р24. Изменяются также параметры, в частности длина критической неровности (для рассматриваемого случая от 280 до 680 см). Степень асимметрии волны искривления возрастает.

Графики на рис. 4 относятся к случаю ослабления части пути при проведении ремонтных работ. На рис. 5 показаны графики изменения min $P_{кр}$ для другого случая — устойчивости пути под поездом, когда вследствие действия вертикальной нагрузки сопротивление части шпал поперечному сдвигу возрастает. В принципе графики на рис. 4 и 5 имеют одинаковую закономерность изменения min $P_{кр}$ (α), не являются кососимметричными.

Полученные расчетные зависимости позволяют оценить влияние асимметрии сил сопротивления на устойчивость температурно-напряженного железнодорожного пути. С их помощью можно решать различные практические задачи по расчету устойчивости рельсошпальной решетки при проведении ремонтных работ и под поездом.

ЛИТЕРАТУРА

[1]. Бесстыковой путь. В. Г. Альбрехт, Е. М. Бромберг, Н. Б. Зверев и др.— М.: Транспорт, 1982.— 206 с. [2]. Морозов С. И. О критерии устойчивости железнодорожного пути.— Тр./ АЛТИ, 1971, вып. 27, с. 60—67. [3]. Морозов С. И. Аналитическое определение критической силы для температурно-напряженного железнодорожного пути на прямых участках.— Изв. высш. учеб. заведений. Лесн. журн., 1982, № 5, с. 46—54. [4]. Першин С. П. Методы расчета устойчивости бесстыкового пути.— Тр./ МИИТ, 1962, вып. 147, с. 28—96.

Поступила 9 июня 1986 г.

УДК 629.1.073

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КУРСОВОГО ДВИЖЕНИЯ ЛЕСОВОЗНОГО АВТОПОЕЗДА

В. Г. ПУЗАНОВ, Н. И. БИБЛЮК

Львовский лесотехнический институт

Математическое моделирование процессов движения транспортных средств позволяет уже на стадии проектирования оценить совершенство их конструкции в соответствии с требованиями безопасности движения в общем транспортном потоке.

Существующие математические модели криволинейного курсового движения автопоездов общего назначения [3, 10, 11] не могут в полной мере быть применимы для лесовозных автопоездов-роспусков, отличаю-