

УДК 681.31

**Л.В. Кремлева, В.И. Малыгин**

Филиал «Севмашвтуз» СПбГМТУ

Кремлева Людмила Викторовна родилась в 1967 г., окончила в 1989 г. Севмашвтуз, кандидат технических наук, доцент, зав. кафедрой автоматизированных систем технической подготовки производства филиала «Севмашвтуз» С.-Петербургского государственного морского технического университета. Имеет около 50 научных работ в области математического моделирования физических процессов при резании и автоматизации проектирования средств технологического оснащения.

E-mail: rector@sevmashvtuz.edu.ru



Малыгин Владимир Иванович родился в 1952 г., окончил в 1979 г. Университет Дружбы народов им. П. Лумумбы, доктор технических наук, профессор, действительный член АИН РФ, проректор по научной работе филиала «Севмашвтуз» С.-Петербургского государственного морского технического университета. Имеет более 150 научных работ в области математического моделирования физических процессов при резании.

E-mail: rector@sevmashvtuz.edu.ru



## **К ВОПРОСУ О ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЛЕНТОЧНЫХ ПИЛ**

Приведены численные оценки собственных частот изгибно-крутильных колебаний полотна ленточных пил, границы областей неустойчивости в зависимости от конструктивно-геометрических параметров пилы, режимов обработки, характеристик обрабатываемых материалов. Получены аналитические уравнения областей динамической неустойчивости плоской формы изгиба ленточных пил.

*Ключевые слова:* ленточнопильный станок, критическая скорость, динамическая устойчивость, параметрической возбуждение, упругие волны, силы резания.

Вопросы динамической устойчивости технологических систем при обработке материалов вызывают большой интерес. Это обусловлено наличием экспериментальных данных о влиянии динамических характеристик процесса обработки на основные показатели качества обработанной поверхности, точности обработки, стойкости инструмента. Обработка многолезвийным инструментом неизбежно сопровождается высоким уровнем вибрации, один из основных источников которой – периодическая сила резания. Частота и амплитуда этой силы зависит от параметров режима резания, конструктивных особенностей инструмента, характеристик обрабатываемого материала. Импульсный характер силы резания связан с дискретным взаимодействием зубьев инструмента и заготовки.

В технологической системе ленточнопильного станка инструмент является элементом, лимитирующим запас динамической устойчивости при обработке, что связано с геометрическими характеристиками пилы: малая толщина по сравнению с остальными размерами. Пилу при этом можно рас-

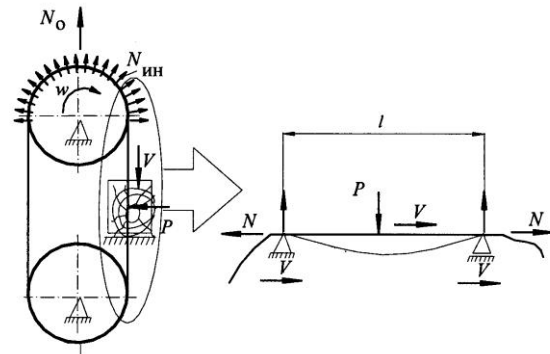
смаатривать как парциальную колебательную систему с распределенными параметрами – стержень или пластину. При определении областей стабильной с динамической точки зрения обработки решают ряд задач, позволяющих на этапе проектирования технологической операции за счет подбора ряда технологических параметров гарантировать системе запас динамической устойчивости.

Важнейшим режимным параметром ленточнопильных станков является скорость резания, достигающая при распиловке 30 ... 50 м/с. Как показано в [7], с ее увеличением растет допустимая скорость подачи, ограничиваемая шероховатостью поверхности пиломатериалов. Ряд исследователей рассматривают и другие ограничения, не позволяющие увеличивать скорость резания. Существует предположение, что скорость 30 ... 50 м/с лимитирована центробежной силой, возникающей при движении пилы по шкиву. В работе [3] приведена формула критической скорости резания, приводящей к появлению динамической неустойчивости и связанной с волновыми явлениями, которые возникают в упругих системах с распределенными параметрами. Авторы [7] энергетическими методами опровергают существование такой скорости. Остановимся на этом вопросе подробнее.

Известно, что механические колебания в системах с распределенными параметрами существуют в форме упругих волн расширения-сжатия и сдвига. Если к системе приложены внешние нагрузки, двигающиеся с некоторой скоростью, то возможно возникновение значительных деформаций таких систем даже в случае, если величина этих сил невелика и в статической постановке не вызывает предельно допустимых деформаций. Динамическая неустойчивость (резонанс) при движущейся по отношению к упругой системе постоянной нагрузке появляется в результате совпадения скорости ее движения и низшей фазовой скорости распространения упругой волны. Эту скорость называют критической. Для того, чтобы такого рода движение нагрузки было возможно, либо упругая система должна быть безгранична, либо движение нагрузки должно происходить по кругу. Именно последний случай возбуждения колебаний подвижной нагрузкой чаще имеет место, причем, как правило, нагрузка неподвижно ориентирована в пространстве, а упругая система вращается. Подобные задачи рассмотрены в работе [1] при движении колеса по рельсовому пути, исследовании колебаний лопаток турбин и др.

Рассмотрим нагрузку от боковой силы резания  $P$  (рис. 1), движущуюся по отношению к полотну пилы бесконечной длины вместе с опорами.

Рис. 1. Расчетная схема определения критической скорости резания



Известно, что продольные и крутильные волны распространяются без дисперсии, а скорости их постоянны:

$$C = \sqrt{E/\rho}, \quad C_k = \sqrt{GI_k/\rho I_0},$$

где  $E$  и  $G$  – модули упругости при растяжении и сдвиге;

$\rho$  – плотность материала пилы;

$I_k$  и  $I_0$  – момент инерции при кручении и полярный момент.

Волны изгиба распространяются с дисперсией. Фазовая скорость такой волны зависит от ее длины:

$$C_{изг} = \omega/k = \omega\lambda/2\pi, \quad (1)$$

где  $\omega$  – круговая частота колебаний;

$k$  – волновое число,

$\lambda$  – длина волны.

Низшую частоту колебаний предварительно растянутого стресса (пилы) определяют по формуле

$$\omega = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI_{изг}}{m}} \sqrt{1 + \frac{N}{N_3}}, \quad (2)$$

где  $l$  – свободная длина пилы между опорами;

$EI_{изг}$  – изгибная жесткость;

$m$  – масса, приходящаяся на единицу длины;

$N$  – сила натяжения пилы;

$N_3$  – Эйлера критическая сила,  $N_3 = \pi^2 EI_{изг}/l^2$ .

Сила натяжения пилы, как показано в [7], складывается из силы предварительного натяжения  $N_0$  и дополнительного натяжения, обусловленного центробежными силами при движении ее по пыльным шкивам. Величина этой дополнительной нагрузки зависит от скорости резания  $V$  и равна  $mV^2$ . Разумно предположить, что длина волны, соответствующая низшей частоте изгибных колебаний в плоскости наименьшей жесткости равна  $2l$ . После подстановки выражений для частоты (2) и сил натяжения в уравнение для скорости распространения волны (1) получим

$$C = \sqrt{\frac{\pi^2 EI_{изг}}{l^2 m} + \frac{N_0}{m} + \frac{V^2}{m}}. \quad (3)$$

Выражение (3) показывает, что скорость движения нагрузки (пилы)  $V$  ни при каких условиях не окажется равной нижней фазовой скорости распространения изгибной волны. Это означает, что резонанс, вызванный нагрузкой с учетом скорости ее приложения, в системе невозможен.

Однако нельзя забывать, что сила резания имеет периодические составляющие определенной частоты и амплитуды. Такая нагрузка может вызывать параметрические колебания системы и привести к потере устойчивости плоской формы изгиба.

Динамическую устойчивость упругих систем с распределенными параметрами можно рассматривать как смежный вопрос теории колебаний и статической устойчивости. Особое значение при этом уделяют системам, возбуждаемым нагрузками, которые являются параметрическими по отношению к некоторым видам деформаций. Примеры подобных систем широко известны. Так, продольная переменная во времени сила, сжимающая (растягивающая) первоначально прямолинейный стержень, является параметрической по отношению к поперечным прогибам, но не является таковой к продольным деформациям. В этом примере продольная сила изменяет частоту поперечных колебаний. При определенных соотношениях между характеристиками возмущающего воздействия и собственными характеристиками системы прямолинейная форма стержня становится динамически неустойчивой даже в том случае, когда амплитуда продольной силы меньше своего критического значения, т.е. стержень испытывает только продольные колебания. Условия возникновения потери динамической устойчивости прямолинейной формы стержня зависят как от соотношения между частотой возмущающей силы и собственной частотой системы, так и от ее амплитуды, т.е. появляются области динамической неустойчивости, которые определяются соотношениями отдельных параметров системы.

Рассмотрим упрощенную модель ленточной пилы, представленную на рис. 2. Упрощения обусловлены рядом допущений, связанных с отсутствием боковых сил резания, предварительного смещения осей пильных шкивов, дисбаланса пильных шкивов и некоторых других, и объясняются только методологической стороной рассматриваемого вопроса.

Периодическая нагрузка в направлении подачи заготовки  $P(t)$ , действующая в плоскости наибольшей жесткости пилы, возбуждает колебания в  $xy$ -плоскости. Она является параметрической по отношению к изгибно-крутильной деформации из плоскости ее действия. В статическом случае рассмотрение малых отклонений из плоскости на наибольшей жесткости пи-

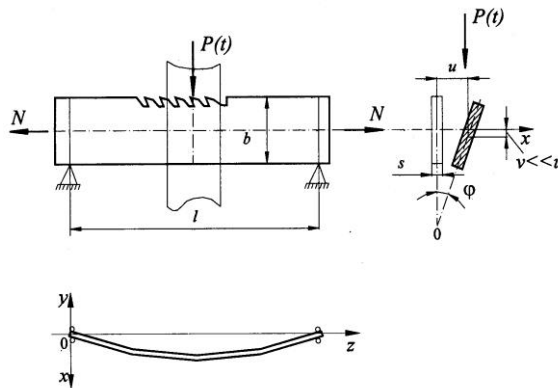


Рис. 2. Схема расчета изгибно-крутильных колебаний

лы приводит к задаче о статической устойчивости плоской формы изгиба. Подобные задачи рассмотрены при определении критической силы в ряде работ. Поэтому в случае вибрационной нагрузки следует говорить о динамической устойчивости плоской формы изгиба. Плоская форма изгиба динамически устойчива, если малые боковые возмущения затухают со временем. Если же при наличии малых боковых возмущений (они всегда имеют место из-за наличия боковых сил) возникают интенсивные изгибно-крутильные колебания из плоскости наибольшей жесткости, плоская форма динамически неустойчива.

Рассмотрим задачу об изгибно-крутильных колебаниях тонкостенного стержня, описываемых следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} EI_x \frac{d^4 u}{dz^4} - N \frac{d^2 u}{dz^2} + \frac{d^2}{dz^2} (M\varphi) + m \frac{d^2 u}{dt^2} &= 0; \\ - (GI_k + Nr^2) \frac{d^2 \varphi}{dz^2} + M \frac{d^2 \varphi}{dz^2} + mr \frac{d^2 \varphi}{dt^2} &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $u$  и  $\varphi$  – обобщенные координаты, зависящие от координаты  $z$  вдоль полотна пилы и времени  $t$ : поперечный прогиб полотна в плоскости наименьшей жесткости и угол закручивания;

$EI_x$  – изгибная жесткость пилы,  $I_x = (bs^3)/12$ ;

$b$  и  $s$  – ширина и толщина пилы;

$N$  – сила натяжения пилы,  $N = N_0 + mV^2$ ;

$N_0$  – сила предварительного натяжения;

$M$  – момент от внешней нагрузки  $P(t)$ ;

$GI_k$  – жесткость при кручении;

$I_k \cong (bs^3)/3$ ;

$r$  – радиус инерции сечения.

Момент  $M$ , возникающий от внешней нагрузки, носит периодический во времени характер, что обусловлено прерывистым взаимодействием зубьев пилы и обрабатываемой заготовки. Представим в первом приближении внешнюю периодическую нагрузку:

$$P(t) = P_0 + P_t \cos \omega_z t, \quad (5)$$

где  $P_0$  – постоянная составляющая горизонтальной силы резания;

$P_t$  – переменная составляющая силы резания;

$\omega_z$  – круговая частота врезания зубьев в заготовку,  $\omega_z = 2\pi V/\tau$ ;

$\tau$  – шаг зубьев пилы.

Выражение (5) содержит одну основную гармонику возбуждающей силы, связанную с частотой врезания зубьев. Известно, что характер взаимодействия зубьев пилы с заготовкой носит импульсный характер. В случае осуществления обработки ленточными пилами единичный силовой импульс, приходящийся на зуб пилы, по форме приближается к прямоугольному. Многократно перекрываясь при одновременной работе нескольких

зубьев, эти импульсы создают достаточно сложную полигармоническую нагрузку, которую всегда можно представить в виде разложения в ортогональные ряды.

Еще раз следует подчеркнуть существенное упрощение расчетной модели по сравнению с реальными факторами, действующими в процессе обработки. Так, уравнения (4) не учитывают характер точки приложения силы  $P(t)$  по отношению к центру тяжести сечения. Кроме того, сила натяжения пилы из-за наличия дисбаланса пильных шкивов также будет иметь периодическую составляющую на частоте вращения шкива и являться параметрической по отношению к возникающим изгибно-крутильным деформациям. Учет тех или иных факторов приведет к дополнительным слагаемым в уравнениях (4).

Для отыскания решения системы (4) воспользуемся вариационным методом, аппроксимируя формы колебаний с помощью системы фундаментальных функций. Применяя метод Галеркина, приведем (4) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Для случая шарнирного опирания по обоим концам запишем граничные и начальные условия:

$$\begin{aligned} u(0, t) = u(l, t) = \varphi(0, t) = \varphi(l, t) = 0; \\ \frac{d^2 u(0, t)}{dz^2} = \frac{d^2 u(l, t)}{dz^2} = \frac{d^2 \varphi(0, t)}{dz^2} = \frac{d^2 \varphi(l, t)}{dz^2} = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $l$  – свободная длина пилы.

Под свободной длиной пилы будем понимать расстояние между осями шкивов в плоскости ее наибольшей жесткости, предполагая при этом отсутствие отжимных направляющих. Подобное упрощение было введено на основе данных, приведенных в работе [6], согласно которым изменение свободной длины пилы в направлении подачи гораздо сильнее влияет на устойчивость ленточных пил в статической постановке по сравнению с аналогичным изменением расстояния между отжимными направляющими.

Граничным условиям (6) можно удовлетворить, приняв для функций  $u(z, t)$  и  $\varphi(z, t)$  выражения в виде

$$\begin{aligned} u(z, t) = \sum_1^{\infty} U_n(t) \chi_n(z); \\ \varphi(z, t) = \sum_1^{\infty} \Phi_n(t) \psi_n(z), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $U_n(t)$  и  $\Phi_n(t)$  – некоторые временные функции;

$\chi(t)$  и  $\psi(t)$  – фундаментальные функции формы изгибных и крутильных колебаний.

В качестве фундаментальных функций формы прогибов, соответствующих низшим собственным частотам системы, принимаем

$$\chi(t) = \psi(t) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{l}} \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right). \quad (8)$$

Подставляя выражения (7) и (8) в (4), а затем результат подстановки умножая на  $\chi(t)$  или  $\psi(t)$  и интегрируя по длине балки, получаем следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} mU'' + \frac{\pi^2}{l^2} (EI_x \frac{\pi^2}{l^2} + N)U + \frac{P(t)}{2l} (1 + \frac{\pi^2}{4})\Phi &= 0; \\ mr^2\Phi'' + \frac{\pi^2}{l^2} (GI_k + Nr^2)\Phi + \frac{P(t)}{2l} (1 + \frac{\pi^2}{4})U &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Уравнения (9) удобнее записать в матричном виде:

$$Ff'' + (R - (P_0 + P_t \cos \omega t)S)f = 0, \quad (10)$$

где  $f = \begin{vmatrix} U \\ \Phi \end{vmatrix}$  – вектор-столбец временных функций изгибных и крутильных колебаний;

$$F = \begin{vmatrix} m & 0 \\ 0 & mr^2 \end{vmatrix};$$

$$R = \begin{vmatrix} \frac{\pi^2}{l^2} (EI_x \frac{\pi^2}{l^2} + N) & 0 \\ 0 & \frac{\pi^2}{l^2} (GI_k + Nr^2) \end{vmatrix};$$

$$S = \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{2l} (1 + \frac{\pi^2}{4}) \\ \frac{1}{2l} (1 + \frac{\pi^2}{4}) & 0 \end{vmatrix} \text{ – матрицы инерционных коэффициентов и}$$

сил сопротивления.

Значения элементов матрицы  $S$  получены на основании следующих соображений. Левые части уравнений (4) следует рассматривать как выражения для равнодействующей внешних и внутренних сил, приложенных к единице длины стержня. Если трактовать метод Галеркина как метод возможных перемещений, то, составляя работу этих сил на виртуальных перемещениях и добавляя к ней работу сосредоточенных сил, после приравнивания суммы нулю приходим к приведенным выше результатам. Поскольку эпюра изгибающих моментов  $M(z)$  от внешней нагрузки имеет особую точку (излом) (рис. 3), вычисление интегралов, содержащих  $M(z)$  при использовании метода Галеркина, осуществлено отдельно для правой и левой частей балки с учетом

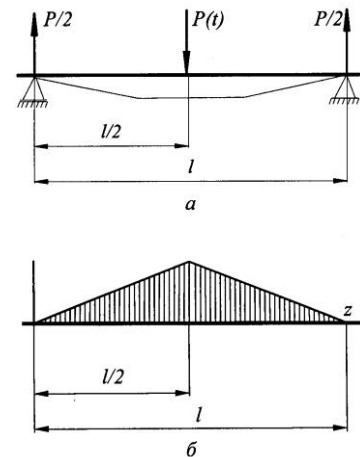


Рис. 3 Схема сил (а) и эпюра изгибающих моментов (б)

работы сосредоточенной силы, приходящейся на единицу длины балки,  $P/l$ .

Матричные уравнения (10) приведем к более удобному виду, умножив почленно на  $R^1$ :

$$Cf' + (E - (P_0 + P_t \cos \omega t) A) f = 0, \quad (11)$$

где 
$$C = \begin{vmatrix} \frac{1}{\omega_x^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\omega_\phi^2} \end{vmatrix};$$

$\omega_x^2$  и  $\omega_\phi^2$  – квадраты парциальных частот, соответствующих изгибным и крутильным колебаниям,

$$\omega_x^2 = \frac{\pi^2 (EI_x \frac{\pi^2}{l^2} + N)}{m} \quad \text{и} \quad \omega_\phi^2 = \frac{\pi^2 (GI_k + Nr^2)}{mr^2};$$

$$A = \begin{vmatrix} 0 & \frac{1 + \frac{\pi^2}{4}}{2l \frac{\pi^2}{l^2} (EI_x \frac{\pi^2}{l^2} + N)} \\ \frac{1 + \frac{\pi^2}{4}}{2l \frac{\pi^2}{l^2} (GI_k + Nr^2)} & 0 \end{vmatrix}.$$

Как частный случай уравнение (11) дает приближенное значение критической силы  $P^*$  в статической постановке:

$$|E - P_0 A| = 0;$$

$$P^* = \pm \frac{2\pi}{(1 + \frac{\pi^2}{4})l} \sqrt{(EI_x \frac{\pi^2}{l^2} + N)(GI_k + Nr^2)}.$$

Границы главных областей неустойчивости (основной резонанс) в первом приближении [2] определяем из условия

$$|E - (P_0 \pm 1/2 P_t) A - 1/4 \omega^2 C| = 0. \quad (12)$$

Раскрывая определитель (12), получаем

$$(1 - \frac{\omega^2}{4\omega_x^2}) (1 - \frac{\omega^2}{4\omega_\phi^2}) - \frac{(P_0 \pm \frac{1}{2} P_t)}{P^*} = 0. \quad (13)$$

Решение уравнения (13) дает две области неустойчивости относительно критических частот возбуждения  $\omega_1^*$  и  $\omega_2^*$ :



$$\omega_1^* = \frac{2\omega_x}{\sqrt{2\gamma}} \sqrt{1 + \gamma - \sqrt{(1 - \gamma)^2 + 4\gamma \frac{(P_0 \pm \frac{1}{2}P_t)^2}{P^{*2}}}}; \quad (14)$$

$$\omega_2^* = \frac{2\omega_\phi}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \gamma + \sqrt{(1 - \gamma)^2 + 4\gamma \frac{(P_0 \pm \frac{1}{2}P_t)^2}{P^{*2}}}},$$

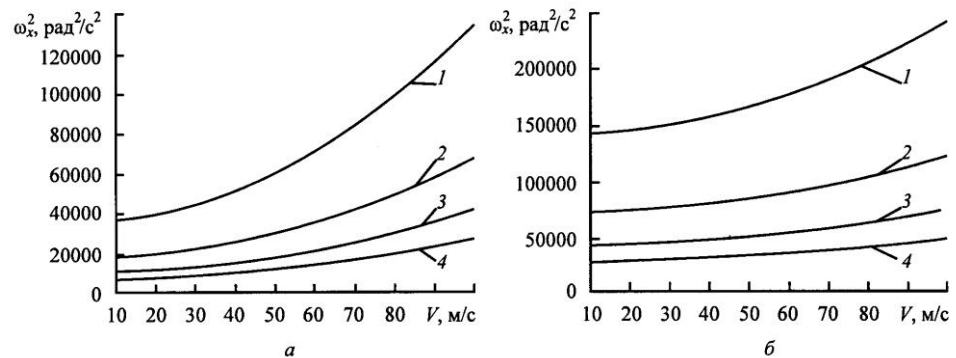
где  $\gamma = \frac{\omega_x^2}{\omega_\phi^2}$  – соотношение квадратов парциальных частот, соответствующих изгибным и крутильным колебаниям, определяющим степень их связанности.

Уравнения (14) представляют собой математическую модель областей динамической устойчивости рассматриваемой системы.

Для проведения численного анализа были приняты следующие значения характеристик рассматриваемой системы:

- толщина пилы  $s = 1,2 \cdot 10^{-3}$  м;
- ширина пилы  $b = 100 \cdot 10^{-3}$  м;
- модуль Юнга  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па;
- модуль сдвига материала пилы  $G = 7,7 \cdot 10^{10}$  Па;
- масса единицы длины пилы  $m = \rho s b = 1$  кг/м;
- плотность материала пилы  $\rho = 7,7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

На рис. 4 приведены численные значения квадратов собственных частот изгибных колебаний и отношения квадратов парциальных частот в зависимости от силы натяжения и свободной длины пилы. Как видно из рис. 4, квадраты отношения собственных частот изгибных и крутильных колебаний при скорости резания 30 ... 50 м/с в зависимости от натяжения пилы составляют 0,60 ... 0,87, что свидетельствует о существенной связанности колебаний. Основным фактором, влияющим на величину этих частот, является сила натяжения пилы и ее свободная длина.



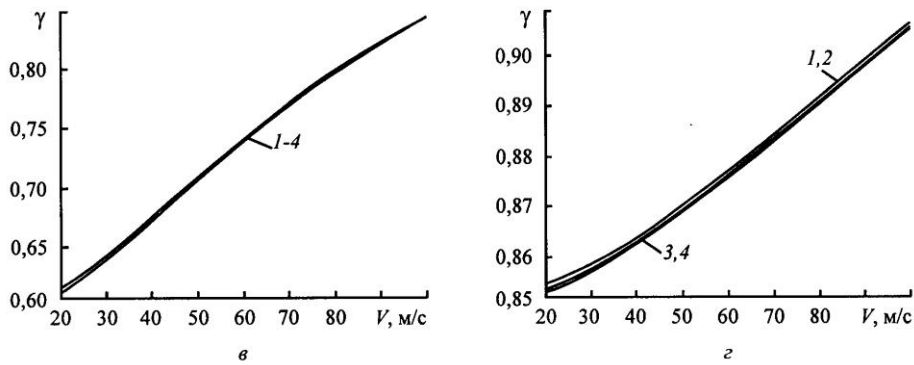


Рис. 4. Зависимость квадратов собственных частот изгибных колебаний  $\omega$  (а, б) и отношения квадратов собственных частот  $\gamma$  (в, г) ненагруженной силой резания системы от  $V$  при различных значениях  $l$  и  $N_0$ : 1 –  $l = 1,0$  м; 2 – 1,4; 3 – 1,8; 4 – 2,2 м; а, в –  $N_0 = 5$  кН; б, г – 20 кН

Для анализа областей неустойчивости системы введем следующие коэффициенты:

$\alpha = \frac{P_0}{P^*}$  – соотношение между критической силой и постоянной составляющей внешней нагрузки (фактически коэффициент запаса устойчивости в статической постановке);

$\beta = \frac{P_t}{P_0}$  – коэффициент возбуждения.

Существуют две главные области неустойчивости, связанные с собственными частотами изгибно-крутильных колебаний связанной системы. Эти области достаточно близко расположены друг к другу при малых  $\alpha$ . Ширина этих зон определяется коэффициентом возбуждения  $\beta$ , величина которого зависит от режимных параметров обработки, шага пилы, высоты пропила, характеристик обрабатываемой древесины. Например, увеличение шага пилы при сохранении других условий обработки ведет к увеличению коэффициента возбуждения и снижению частоты возмущающей силы резания.

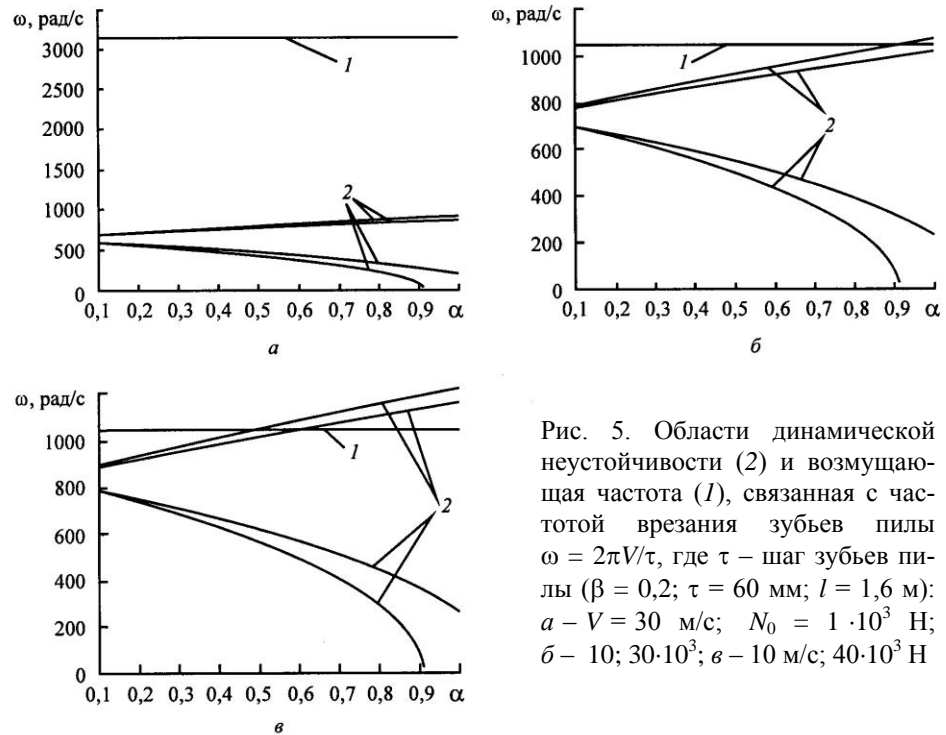


Рис. 5. Области динамической неустойчивости (2) и возмущающая частота (1), связанная с частотой врезания зубьев пилы  $\omega = 2\pi V/\tau$ , где  $\tau$  – шаг зубьев пилы ( $\beta = 0,2$ ;  $\tau = 60$  мм;  $l = 1,6$  м):  
 а –  $V = 30$  м/с;  $N_0 = 1 \cdot 10^3$  Н;  
 б –  $10$ ;  $30 \cdot 10^3$ ; в –  $10$  м/с;  $40 \cdot 10^3$  Н

На рис. 5 изображены области динамической неустойчивости рассматриваемой системы в зависимости от некоторых значений, входящих в модель параметров.

Предварительные расчеты показали, что возможно такое сочетание параметров и характеристик рассматриваемой системы, которое может привести к потере плоской формы изгиба даже в том случае, когда значение горизонтальной составляющей силы резания намного меньше своего критического значения в статической постановке (рис. 5, б, в). Так, увеличение силы натяжения пилы при одновременном снижении скорости резания может привести к потере динамической устойчивости системы.

В результате выполненного исследования можно сделать следующие выводы.

1. Динамическая неустойчивость ленточных пил может быть обусловлена параметрическим возбуждением системы от периодической силы резания.

2. Существуют две области динамической неустойчивости, связанные с собственными частотами изгибно-крутильных колебаний, ширина которых зависит от коэффициента возбуждения и определяется в основном параметрами режима резания, характеристиками обрабатываемой древесины, геометрическими параметрами пилы и высотой пропила.

3. При определении запаса устойчивости плоской формы изгиба ленточных пил следует учитывать не только постоянную составляющую горизонтальной силы резания, но и ее частоту и амплитуду.

4. Разработанная математическая модель в виде аналитических зависимостей позволяет строить области динамической неустойчивости полотна ленточных пил в зависимости от ряда технологических параметров обработки.

Следует отметить, что наличие переменной составляющей силы натяжения пилы  $N$ , обусловленной дисбалансом пильного шкива и связанной с частотой его вращения, приводит к появлению дополнительной параметрической нагрузки, амплитуда которой зависит от величины дисбаланса и скорости вращения шкива. Этот вид возмущения приведет к появлению дополнительных областей неустойчивости, которые будут накладываться на рассмотренные выше, что необходимо учитывать при расчете устойчивости пил. Анализ влияния периодической нагрузки от дисбаланса вращающегося шкива может быть проведен аналогично.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бидерман, В.Л. Теория механических колебаний [Текст] / В.Л. Бидерман. – М.: Высш. шк., 1980. – 408 с.
2. Болотин, В.В. Динамическая устойчивость упругих систем [Текст] / В.В. Болотин. – М.: Изд-во технико-теорет. лит-ры, 1956. – 600 с.
3. Брюквин, А.В. Динамическая модель колебаний дереворежущих ленточных пил [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Брюквин А.В. – М., 1994. – 26 с.
4. Вибрации в технике [Текст]: справ. Т. 1. Колебания линейных систем/ под ред. В.В. Болотина. – М.: Машиностроение, 1978. – 352 с.
5. Кудинов, В.А. Динамика станков [Текст] / В.А. Кудинов. – М.: Машиностроение, 1967. – 360 с.
6. Прокофьев, Г.Ф. Интенсификация пиления древесины рамными и ленточными пилами [Текст] / Г.Ф. Прокофьев. – М.: Лесн. пром-сть, 1990. – 238 с.
7. Прокофьев, Г.Ф. К вопросу ограничения скорости резания ленточно-пильных станков [Текст] / Г.Ф. Прокофьев, С.В. Ершов // Лесн. журн. – 1999. – № 2. – С. 109–115. – (Изв. высш. учеб. заведений).

Поступила 17.04.08

*L.V. Kremleva, V.I. Malygin*

“Sevmashvtuz”, Branch of Saint-Petersburg State Marine Technical University

#### To Question on Dynamic Stability of Band Saws

Frequencies quantitative assessment of flexural-and-torsional vibrations for band saw blade and borders of unstable regions are provided depending on design-geometric saw parameters, process conditions, characteristics of processed materials. The analytical equations of dynamic unstable regions for flat form of band saw bend are produced.

Keywords: band saw, critical speed, dynamic stability, parametric excitation, elastic vibrations, cutting forces.

---