

ЛЕСОЭКСПЛУАТАЦИЯ

УДК 629.4.001.24

Морозов Станислав Иванович родился в 1929 г., окончил в 1952 г. Ленинградскую лесотехническую академию, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической механики Архангельского государственного технического университета, член-корреспондент РАИЦ. Имеет 132 печатные работы в области изучения устойчивости температурно-напряженного рельсового пути, закрепления его от угона рельсов, удара тел, применения ЭВМ при решении задач механики.



СОУДАРЕНИЕ ВАГОНОВ

Рассмотрена методика решения задач на соударение двух вагонов при их поступательном движении от удара. Получены расчетные зависимости для определения импульсов ударных сил и реакций, угловых и линейных скоростей вагонов после удара. Рассмотрен пример решения задачи удара двух лесовозных платформ. Приведены соображения о возможности схода колес с рельсов в результате удара

The methods of solving problems on collision of two cars at their forward motion before impact have been considered. The calculated functions for determining impulses of impact forces and reactions, angular and linear rates of cars after impact have been derived. An example of solving the problem on the impact of two timber-carrying platforms is considered. Certain considerations of possibility of wheels' derailling as a result of impact are presented.

Соударение вагонов имеет место при служебном и экстренном торможении поездов, на маневровых работах, при авариях и крушениях.

Один из простейших случаев соударения вагонов рассмотрен нами в работе [1]. В более общем случае центры масс вагонов не лежат на одной прямой, параллельной линии удара (внецентренный удар), и вагоны нельзя рассматривать как свободные тела, так как они имеют односторонние связи в точках соприкосновения колес с рельсами.

Установим основные закономерности такого удара и определим его кинематические и силовые характеристики, в частности импульсы опорных реакций S_{ij} под колесами (i – номер вагона, j – номер его колеса, считая от точки соударения). Если для какого-то колеса $S_{ij} > 0$, то во время удара связь его с

рельсом сохранится, при $S_{ij} < 0$ связь пропадет, что может привести к сходу колеса с рельса. Это весьма существенно с точки зрения безопасности движения, что является, пожалуй, основной целью настоящей работы.

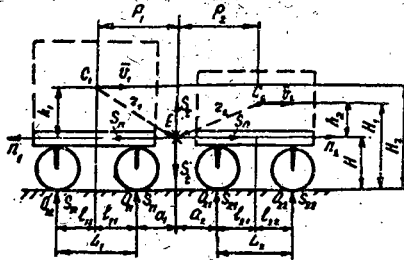


Рис. 1. Схема соударения вагонов с указанием основных размеров

Принципиальная расчетная схема для плоской задачи соударения двух вагонов приведена на рис. 1. Методика решения задач на соударение плоских тел дана согласно работе [2].

Обозначим

m_1, m_2 — массы соударяющихся тел;

v_1, v_2 — скорости центров масс (точек C_1 и C_2) до удара ($v_1 > v_2$);

u_1, u_2 — скорости центров масс после удара;

ω_{10}, ω_{20} — угловые скорости вращения тел до удара (для соударения вагонов $\omega_{10} = \omega_{20} = 0$);

ω_1, ω_2 — угловые скорости вращения тел после удара;

τ_1, n_1 и τ_2, n_2 — оси правосторонней системы координат (для первого и второго тела) с началом в точке соударения E ;

S_τ, S_n — составляющие импульсов ударных сил в точке E , направленные по осям координат;

ε — коэффициент восстановления при ударе.

На рис. 1 показан случай соударения двухосных вагонов. Он наиболее доступен для аналитического решения. Исследование процесса соударения вагонов с ходовой частью тележечного типа требует выполнения громоздких преобразований, поэтому аналитически такие задачи решать нецелесообразно. Здесь следует выполнить исследование математической модели на ЭВМ. Основные расчетные зависимости запишем с помощью теорем динамики. По теореме об изменении количества движения имеем

$$m_1 (\bar{u}_1 \bar{n}_1 - \bar{v}_1 \bar{n}_1) = S_n; \quad (1a)$$

$$m_1 (\bar{u}_1 \bar{\tau}_1 - \bar{v}_1 \bar{\tau}_1) = S_\tau + S_{11} + S_{12}; \quad (1б)$$

$$m_2 (\bar{u}_2 \bar{n}_2 - \bar{v}_2 \bar{n}_2) = S_n; \quad (1в)$$

$$m_2 (\bar{u}_2 \bar{\tau}_2 - \bar{v}_2 \bar{\tau}_2) = S_\tau - S_{21} - S_{22}, \quad (1г)$$

где $\bar{\tau}_1, \bar{n}_1, \bar{\tau}_2, \bar{n}_2$ — орты осей координат.

Скалярные произведения $\bar{u} \bar{n}, \bar{v} \bar{n}$ и $\bar{u} \bar{\tau}, \bar{v} \bar{\tau}$ определяют проекции скоростей на соответствующие оси координат.

По теореме об изменении моментов количества движения составим для каждого вагона четыре уравнения относительно точек C_1 и C_2 при $\omega_0 = 0$:

$$I_{C_1} \omega_1 = -S_n h_1 + S_\tau p_1 + S_{11} l_{11} - S_{12} l_{12}; \quad (2a)$$

$$I_{C_2} \omega_2 = -S_n h_2 + S_\tau p_2 + S_{21} l_{21} - S_{22} l_{22}; \quad (2б)$$

относительно точки E

$$I_{E_1} \omega_1 = -S_{11} a_1 - S_{12} (L_1 + a_1); \quad (3a)$$

$$I_{E_2} \omega_2 = -S_{21} a_1 + S_{22} (L_2 + a_2); \quad (3б)$$

относительно точек O_{11} и O_{12}

$$I_{O_{11}} \omega_1 = S_n H + S_\tau a_1 - S_{12} L_1; \quad (4a)$$

$$I_{O_{12}} \omega_1 = S_n H + S_\tau (L_1 + a_1) - S_{11} L_1; \quad (4б)$$

относительно точек O_{21} и O_{22}

$$I_{O_{21}} \omega_2 = -S_n H + S_\tau a_2 - S_{22} L_2; \quad (5a)$$

$$I_{O_{22}} \omega_2 = -S_n H + S_\tau (L_2 + a_2) - S_{21} L_2. \quad (5б)$$

Наконец, еще одно уравнение запишем по условию Ньютона, согласно которому разность скоростей точек соударения тел после удара меньше, чем до удара, на величину ϵ , называемую коэффициентом восстановления:

$$\bar{u}_1 \bar{n}_1 + \bar{u}_2 \bar{n}_2 = -\epsilon (\bar{v}_1 \bar{n}_1 + \bar{v}_2 \bar{n}_2). \quad (6)$$

В уравнениях (2) – (6) обозначено:

L_1, L_2 — базы вагонов;

l_{ij} — расстояния от осей до вертикали, проходящей через точки C_i ;

I_{kij} — моменты инерции вагонов относительно осей, проходящих через точки C_1, C_2, E, O (k — обозначение точки);

u_i, v_i — скорости точки E до и после удара;

h_1, p_1 и h_2, p_2 — координаты точек C_1 и C_2 в соответствующих осях координат.

Выражение для определения импульсов опорных реакций получим из уравнений (4) и (5):

$$S_{11} = [I_{O_{21}} \omega_1 - S_n H - S_\tau (L_1 + a_1)] / L_1;$$

$$S_{12} = [S_n H + S_\tau a_1 - I_{O_{11}} \omega_1] / L_1;$$

$$S_{21} = [-I_{O_z} \omega_2 - S_n H + S_\tau (L_2 + a_2)] / L_2; \quad (7a)$$

$$S_{22} = [S_n H - S_\tau a_2 + I_{O_{11}} \omega_2] / L_2.$$

Угловые скорости вращения вагонов после удара найдем из уравнений (2). Преобразовав их с помощью (7a), получим

$$\omega_1 = - \frac{S_n L_1 H_1}{I_{C_1} L_1 - I_{O_{12}} l_{11} - I_{O_{11}} l_{12}}; \quad (7b)$$

$$\omega_2 = - \frac{S_n L_2 H_2}{I_{C_2} L_2 - I_{O_{21}} l_{22} - I_{O_{22}} l_{21}}.$$

Так как по теореме Штейнера

$$I_{O_{11}} = I_{C_1} + m_1 d_{11}^2; \quad I_{O_{12}} = I_{C_1} + m_1 d_{12}^2; \quad (8)$$

$$I_{O_{21}} = I_{C_2} + m_2 d_{21}^2; \quad I_{O_{22}} = I_{C_2} + m_2 d_{22}^2$$

(где d_{ij} – расстояния от точек C_i до точек O_{ij}), то выражения в знаменателях уравнений (7b) можно привести к виду

$$M_1 = -m_1 (d_{11}^2 l_{12} + d_{12} l_{11});$$

$$M_2 = -m_2 (d_{22}^2 l_{21} + d_{21} l_{22}),$$

т.е.
$$\omega_1 = \frac{S_n L_1 H_1}{M_1}; \quad \omega_2 = \frac{S_n L_2 H_2}{M_2}. \quad (9)$$

Для определения S_n используем уравнение (6). Так как

$$\bar{u}'_1 = \bar{u}_1 + \bar{\omega}_1 \times \bar{r}_1; \quad \bar{u}'_2 = \bar{u}_2 + \bar{\omega}_2 \times \bar{r}_2;$$

$$\bar{v}'_1 = \bar{v}_1 + \bar{\omega}_{10} \times \bar{r}_1 = \bar{v}_1; \quad \bar{v}'_2 = \bar{v}_2 + \bar{\omega}_{20} \times \bar{r}_2 = \bar{v}_2.$$

(где \bar{r}_1 и \bar{r}_2 – радиусы-векторы точки E для первого и второго вагонов), то получим

$$\bar{u}_1 \bar{n}_1 + \bar{u}_2 \bar{n}_2 + \bar{h}_1 \bar{\omega}_1 + \bar{h}_2 \bar{\omega}_2 = -\varepsilon (\bar{v}_1 \bar{n}_1 + \bar{v}_2 \bar{n}_2), \quad (10)$$

где $\bar{h}_1 = \bar{r}_1 \times \bar{n}_1$; $\bar{h}_2 = \bar{r}_2 \times \bar{n}_2$.

Выразим теперь скорость центров масс после удара из формул (1): $\bar{u}_1 \bar{n}_1 = \bar{v}_1 \bar{n}_1 + S_n / m_1$; $\bar{u}_2 \bar{n}_2 = \bar{v}_2 \bar{n}_2 + S_n / m_2$, а угловые скорости – по формулам (9). Преобразовывая, получаем

$$S_n = - \frac{(1+\varepsilon) A_1}{G}, \quad (11)$$

где

$$A_1 = \bar{v}_1 \bar{n}_1 + \bar{v}_2 \bar{n}_2;$$

$$G = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{H_1 L_1 h_1}{M_1} + \frac{H_2 L_2 h_2}{M_2}.$$

Для определения S_τ используем уравнение

$$\bar{u}'_1 \bar{\tau}_1 + \bar{u}'_2 \bar{\tau}_2 = 0, \quad (12)$$

справедливое в случае, когда не происходит взаимного проскальзывания тарелок буфера в точке соударения E .

Преобразовывая уравнение (12) подобно тому, как это было сделано для уравнения (6), получаем

$$\bar{u}_1 \bar{\tau}_1 + \bar{u}_2 \bar{\tau}_2 + \bar{p}_1 \bar{\omega}_1 + \bar{p}_2 \bar{\omega}_2 = \frac{I_{O_{21}} - I_{O_{11}}}{m_1 L_1} + \frac{I_{O_{22}} - I_{O_{21}}}{m_2 L_2} = 0. \quad (13)$$

Легко убедиться в том, что уравнение (13) является тождеством, значит, уравнение (12) – также тождество. Отсюда для прямого центрального удара имеем, что составляющая S_x равна нулю. Этот вывод справедлив во всех случаях и не зависит от того, гладкой или шероховатой является поверхность тел в точке соударения.

Таким образом, для соударения вагонов имеем следующую систему расчетных уравнений:

$$\begin{aligned} S_n &= -[(1 + \varepsilon)(\bar{v}_1 \bar{n}_1 + \bar{v}_2 \bar{n}_2)] / G; \\ \omega_1 &= [(S_n L_1 H_1)] / M_1; \\ \omega_2 &= [(S_n L_2 H_2)] / M_2; \\ \bar{u}_1 \bar{n}_1 &= \bar{v}_1 \bar{n}_1 + S_n / m_1; \\ \bar{u}_2 \bar{n}_2 &= \bar{v}_2 \bar{n}_2 + S_n / m_2; \\ S_{11} &= [(I_{O_{12}} \omega_1 - S_n H)] / L_1; \\ S_{12} &= [(S_n H - I_{O_{11}} \omega_1)] / L_1; \\ S_{21} &= [(I_{O_{22}} \omega_2 - S_n H)] / L_2; \\ S_{22} &= [(S_n H - I_{O_{21}} \omega_2)] / L_2; \\ G &= 1/m_1 + 1/m_2 + H_1 L_1 h_1 / M_1 + H_2 L_2 h_2 / M_2; \\ M_1 &= m_1(d_{11}^2 l_{12} + d_{12}^2 l_{11}); \\ M_2 &= m_2(d_{21}^2 l_{22} + d_{22}^2 l_{21}). \end{aligned}$$

Отметим, что S_n , а следовательно, и все другие определяемые величины – ω_i и S_{ij} – линейно зависят от относительной скорости соударения вагонов

$$\Delta v = \bar{v}_1 \bar{n}_1 + \bar{v}_2 \bar{n}_2,$$

монотонно возрастая (или уменьшаясь) с увеличением (или уменьшением) Δv . Отметим также, что во всех случаях $\omega_1 > 0$, $\omega_2 < 0$, т.е. первый вагон после удара получит угловую скорость вращения против часовой стрелки, а второй – по часовой стрелке. Что касается величины S_{ij} , то в общем случае направление этих импульсов определить затруднительно.

Решим численный пример. Рассмотрим соударение двух лесовозных платформ типа 223 (груженой и порожней).

По паспортным данным [3] определяем основные расчетные величины: $m_1 = 25\ 000$ кг; $m_2 = 10\ 000$ кг; $L_1 = L_2 = 6,9$ м; $a_1 = a_2 = 1,85$ м; $H = 0,6$ м.

Задаем: $l_{11} = l_{12} = l_{21} = l_{22} = 3,45$ м (точки C_1 и C_2 расположены на осях симметрии как груженой, так и порожней платформы); $h_1 = 0,7$ м; $h_2 = 0,1$ м; $H_1 = 1,5$ м; $H_2 = 0,9$ м.

Вычисляем

$$p_1 = l_{11} + a_1 = 5,3\text{ м}; p_2 = l_{21} + a_2 = 5,3\text{ м};$$

$$d_{11} = d_{12} = \sqrt{l_{11}^2 + H_1^2} = 4,225\text{ м}; d_{21} = d_{22} = \sqrt{l_{21}^2 + H_2^2} = 4,050\text{ м};$$

$$M_1 = 25\ 000 (4,225^2 \cdot 3,45 + 4,225^2 \cdot 3,45) = 3\ 079\ 233\ \text{кг} \cdot \text{м}^3;$$

$$M_2 = 10\ 000 (4,050^2 \cdot 3,45 + 4,050^2 \cdot 3,45) = 1\ 131\ 772\ \text{кг} \cdot \text{м}^3;$$

$$G = 1/25\ 000 + 1/10\ 000 + 1,5 \cdot 6,9 \cdot 0,7/3\ 079\ 233 + 1,5 \cdot 6,9 \cdot 0,7/1\ 131\ 772 = 1,429 \cdot 10^{-4}\ \text{кг}^{-1}.$$

Принимаем

$$I_{O_{11}} = I_{O_{21}} = 628\ 226\ \text{кг} \cdot \text{м}^2; I_{O_{12}} = I_{O_{22}} = 628\ 226\ \text{кг} \cdot \text{м}^2; \varepsilon = 0,8;$$

$$v_1 = 5\ \text{м/с}; v_2 = 2,5\ \text{м/с}.$$

Находим расчетные величины.

1. Импульс ударной силы. Так как проекция \bar{v}_1 на ось n_1 отрицательна, а \bar{v}_2 на ось n_2 – положительна (т.е. $\bar{v}_1 \bar{n}_1 = -5\ \text{м/с}$; $\bar{v}_2 \bar{n}_2 = 2,5\ \text{м/с}$), то

$$S_n = -[(1 + 0,8)(-5 + 2,5)] / 1,429 \cdot 10^{-4} = 31\ 490\ \text{Н} \cdot \text{с}.$$

Здесь $S_n > 0$, т.е. этот импульс направлен в сторону оси n_1 (для первого вагона) и оси n_2 (для второго вагона).

2. Угловые скорости вагонов после удара:

$$\omega_1 = 31\ 490 \cdot 6,9 \cdot 1,5/3\ 079\ 233 = 0,1058\ \text{с}^{-1};$$

$$\omega_2 = 31\ 490 \cdot 6,9 \cdot 0,9/1\ 131\ 772 = -0,1728\ \text{с}^{-1}.$$

3. Скорости центров масс вагонов после удара:

$$\bar{u}_1 \bar{n}_1 = -5 + 31\ 490/25\ 000 = -3,74\ \text{м/с};$$

$$\bar{u}_2 \bar{n}_2 = 2,5 + 31\ 490/10\ 000 = 5,65\ \text{м/с}.$$

Таким образом, оба вагона сохраняют направление своего движения, однако скорость первого вагона уменьшится, а второго – увеличится.

4. Импульсы опорных реакций:

$$S_{11} = (628\ 226 \cdot 0,1058 - 31\ 490 \cdot 0,6) / 6,9 = 7048\ \text{Н} \cdot \text{с};$$

$$S_{12} = (31\ 490 \cdot 0,6 - 628\ 226 \cdot 0,1058) / 6,9 = -7048\ \text{Н} \cdot \text{с};$$

$$S_{21} = (31\ 490 \cdot 0,6 + 240\ 855 \cdot (-0,17228)) / 6,9 = 3294\ \text{Н} \cdot \text{с};$$

$$S_{22} = (240\ 855 \cdot (-0,1728) + 31\ 490 \cdot 0,6) / 6,9 = -394\ \text{Н} \cdot \text{с}.$$

Так как $S_{11} > 0$ и $S_{22} > 0$, то эти два колеса сохраняют контакт с рельсами. Для двух других колес имеем: $S_{12} < 0$ и $S_{21} < 0$, т.е. они потеряют контакт с рельсом. Мгновенное движение вагонов