ЛЕСОЭКСПЛУАТАЦИЯ

УДК 656:65.012.2

И.М. Еналеева-Бандура

Сибирский государственный технологический университет

Еналеева-Бандура Ирина Михайловна родилась в 1976 г., окончила в 2004 г. Сибирский государственный технологический университет, старший преподаватель кафедры промышленного транспорта и строительства СибГТУ. Имеет 28 печатных работ в области транспортной логистики, экономико-математического моделирования.
E-mail: pts@sibstu.kts.ru

ПОСТРОЕНИЕ ОПОРНОГО ПЛАНА ПЕРЕВОЗОК МЕТОДОМ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ОБОРАЧИВАЕМОСТИ

Рассмотрена постановка транспортной задачи применительно к процессу перевозки. Приведен анализ опорных решений, предложен новый метод построения опорного плана перевозок, доказаны его преимущества.

Ключевые слова: транспортная задача, итерация, опорное решение, оптимизация.

Транспортная задача впервые была сформулирована и поставлена для решения вопроса о наиболее экономичном плане перевозок однородных или взаимозаменяемых грузов из пунктов производства в пункты потребления, т. е. об оптимальном прикреплении потребителей к поставщикам. Это одна из важнейших частных задач линейного программирования. Первый шаг в ее решении – построение опорного плана перевозок.

Целью транспортной задачи является сокращение затрат на транспортировку либо временного интервала на доставку продукции потребителю от производителя. Пусть имеется n поставщиков однородной продукции (присвоим им имена a_i) и m ее потребителей (b_j). Каждый производитель может поставлять свою продукцию любому из потребителей. Известны затраты C_{ij} на перевозку единицы продукции. Необходимо так распределить перевозки, чтобы суммарные затраты были минимальными. Элементы решения X_{ij} – количество продукции, перевозимой от каждого поставщика к каждому потребителю. Обозначим через A_i возможности поставщиков, через B_j – потребности потребителей. Построим опорное решение транспортной задачи методом относительной оборачиваемости и докажем его преимущества.

Опорным решением транспортной задачи называется любое допустимое решение, для которого векторы-условия, соответствующие положительным координатам, линейно независимы. Поскольку ранг системы векторов-условий транспортной задачи равен m+n–1, опорное решение не может иметь отличных от нуля координат более этого значения. Число таких координат невырожденного опорного решения равно m+n–1, а для вырожденного меньше его.

Любое допустимое решение транспортной задачи можно записать в таблицу, как и исходные данные. Клетки таблицы, в которых находятся отличные от нуля или базисные нулевые перевозки, называются занятыми, остальные – незанятыми, или свободными. Клетка, содержащая перевозку x_{ij}, т. е. стоящая в i-й строке и j-м столбце, имеет номер (i, j). Каждой клетке с таким номером соответствует переменная x_{ij}, которой отвечает вектор-условие A_{ij}.

Для того, чтобы избежать трудоемких вычислений при проверке линейной независимости векторов-условий, соответствующих положительным координатам допустимого решения, вводят понятие цикла. Его также используют для перехода от одного опорного решения к другому. Циклом называется такая последовательность клеток таблицы транспортной задачи (i_1, j_1), (i_1, j_2), (i_2, j_2), …, (i_k, j_1), в которой две и только две соседние клетки расположены в одной строке или столбце, причем первая и последняя клетки также находятся в одной строке или столбце. В таблице цикл изображают в виде замкнутой ломаной линии. В любой его клетке происходит поворот звена ломаной линии на 90°. Для того, чтобы система векторов-условий транспортной задачи была линейно зависимой, необходимо и достаточно, чтобы из соответствующих клеток таблицы можно было выделить часть, которая образует цикл.

Пусть система, состоящая из n векторов $A_{i_1 j_1}, A_{i_1 j_2}, A_{i_2 j_2}, ..., A_{i_k j_1}$, линейно зависима. Тогда существует такой ненулевой набор чисел $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$, что справедливо равенство

$$\lambda_1 A_{i_1 j_1} + \lambda_2 A_{i_1 j_2} + \lambda_3 A_{i_2 j_2} + ... + \lambda_n A_{i_k j_1} = 0 . \qquad (1)$$

Примем $\lambda_1 \neq 0$. Вектор $A_{i_1 j_1}$ имеет две равные единице координаты с номерами i_1 и $m + j_1$, остальные координаты равны нулю. В равенство (1) должен также входить вектор, у которого одна из этих координат равна единице и который следует умножить на коэффициент λ_1, чтобы обеспечить равенство нуля этой координаты в линейной комбинации векторов. Пусть это будет вектор $A_{i_1 j_2}$. Однако он имеет, кроме того, координату с номером $m + j_2$, равную единице. Следовательно, в равенство (1) должен также входить вектор с такой же единичной координатой и т. д.

В выбранной подобным образом последовательности векторов должен найтись вектор $A_{i_k j_1}$, у которого второй индекс совпадает со вторым индексом первого вектора. Данной последовательности векторов соответствует совокупность клеток таблицы транспортной задачи (i_1, j_1), (i_1, j_2), (i_2, j_2), …, (i_k, j_1), которая образует цикл.

Пусть из соответствующих векторов A_{ij} клеток (i, j) выбрана последовательность клеток, образующих цикл (i_1, j_1), (i_1, j_2), (i_2, j_2), …, (i_k, j_1). Нетрудно видеть, что

$$A_{i_1 j_1} - A_{i_1 j_2} + A_{i_2 j_2} - .... - A_{i_k j_1} = 0 . \qquad (2)$$

Отсюда следует линейная зависимость рассматриваемой системы векторов. Допустимое решение транспортной задачи $X = (x_{ij})$, $i = 1, 2, 3, …, m$, $j = 1, 2, …, n$ является опорным только тогда, когда из занятых им клеток таблицы нельзя образовать ни одного цикла.

Существует ряд методов построения начального опорного решения. Наиболее простым является метод северо-западного угла, в котором запасы очередного поставщика используются для обеспечения запросов очередных потребителей до тех пор, пока не будут исчерпаны полностью, после чего используются запасы следующего по номеру поставщика. Метод минимальной стоимости, как и метод северо-западного угла, состоит из ряда однотипных шагов. На каждом шаге заполняется только одна клетка таблицы, соответствующая минимальной стоимости $\min\{c_{ij}\}$, и исключается из рассмотрения только одна строка (поставщик) или один столбец (потребитель). Очередную клетку, соответствующую $\min\limits_{i,j}\{c_{ij}\}$, заполняют по тем же правилам, что и в методе северо-западного угла. При определении опорного плана транспортной задачи методом аппроксимации Фогеля на каждой итерации по всем столбцам и строкам находят разность между двумя записанными в них минимальными тарифами и записывают в специально отведенных для этого строке и столбце в таблице условий задачи. Выбирают минимальную разность. В строке (или столбце), которым она соответствует, определяют минимальный тариф. Клетку, в которой он записан, заполняют на данной итерации. Если минимальный тариф одинаков для нескольких клеток данной строки (столбца), то для заполнения выбирают ту, которая расположена в столбце (строке), соответствующих наибольшей разности между находящимися в них двумя минимальными тарифами. Существуют и другие методы, в статье приведены только самые распространенные, но и они отражают зависимость цены только от объема, реже от расстояния.

Анализируя методы построения опорных решений к транспортной задаче, можно сделать вывод, что в плане перевозок в лучшем случае увязаны лишь два параметра – объем и цена.

В данной статье предлагается ввести третий параметр – время. Предполагается, что у каждого потребителя на предприятии имеется два склада: материалов и готовой продукции. Приобретенный у потребителей материал (например пиловочник) движется по схеме: склад материалов – производство – склад готовой продукции. Время, в течение которого пиловочник со склада материалов уходит в производство, называется оборачиваемостью и измеряется в днях. Их число зависит от производственной программы и согласно ей остается неизменным. Обычно новая партия материалов должна прибыть на склад не позднее 3…5 дн. до ухода остатков предыдущей партии в производство. Поскольку в плане перевозок потребительские запросы и производственные мощности рассчитаны на год, считаем, что за это время оборачиваемость не меняется. При пересмотре производственной программы для вычислений берется среднее значение показателя.

Рассмотрим транспортную задачу, представленную в табл. 1.

Таблица 1

Исходная матрица

Элемент матрицы	Пункты назначения				Запас
	B_1	B_2	B_3	B_4	
Пункт отправления:					
A_1	7	8	1	2	160
A_2	4	5	9	8	140
A_3	9	2	3	6	170
Потребности	120	50	190	110	470
Оборачиваемость, дн.	30	28	26	35	–

Таблица 2

Опорное решение методом относительной оборачиваемости

Элемент матрицы	Пункты назначения				Запас
	B_1	B_2	B_3	B_4	
Пункт отправления:					
A_1	0	0	160	0	160
A_2	120	0	0	20	140
A_3	0	50	30	90	170
Потребности	120	50	190	110	470
Оборачиваемость, дн.	30	28	26	35	–

В данном случае исходную матрицу начинают заполнять со столбца с самой низким показателем оборачиваемости, так как предполагается, что предприятие, у которого материалы быстрее уходят в производство, сделает первым заявку поставщику на их приобретение. В этом столбце ищут минимальную цену реализации и в нее проставляют соответствующий объем, если запросы потребителя удовлетворены не полностью, то снова в этом же столбце ищут следующую клетку с минимальной ценой, за исключением предыдущей. Лишь тогда, когда запросы потребителя с наименьшим показателем оборачиваемости полностью удовлетворены, можно перейти к следующему столбцу с наименьшей оборачиваемостью. Распределение объемов перевозок по предложенному методу приведено в табл. 2.

В заключение можно отметить, что метод относительной оборачиваемости является усовершенствованным методом построения экономико-математической модели. В двухмерную задачу удалось ввести третий параметр – временной фактор, что приближает план перевозок к реалиям.

I.M. Enaleeva-Bandura
Siberian State Technological University

Building of Basic Transportation Plan by Relative Turnover Method

The transportation problem statement for the transportation process is considered. The analysis of basic solutions is provided, its advantages are proved.

Keywords: transportation task, iteration, basic solution, optimization.