

МЕХАНИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ДРЕВЕСИНЫ
И ДРЕВЕСИНОВЕДЕНИЕ

УДК 674.815-41

А. Н. ОБЛИВИН, Л. А. СПИРИН

Московский государственный университет леса

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ
ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ДСП

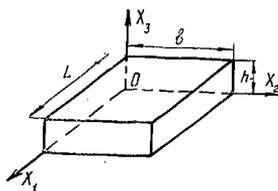
Приведена комплексная математическая модель прогнозирования динамики физико-механических свойств ДСП, сформулированная в виде системы дифференциальных и интегральных уравнений в соответствии с информационным («вход — выход») принципом декомпозиции, а также примеры по определению конечных свойств готовых изделий.

A comprehensive mathematical model of forecasting the dynamics of particleboards' physico-mechanical properties formulated in a form of differential and integral equations in accord with data ("input-output") decomposition principle as well as examples on determining the properties of final products have been presented.

Физико-механические свойства, которыми обладают древесностружечные плиты (ДСП), определяют их качество, эксплуатационные особенности и области применения.

Выполним обоснование модели, позволяющей исследовать динамику физико-механических свойств ДСП в технологическом цикле их производства.

Рис. 1. Система координат, принятая при моделировании (L , b , h — длина, ширина и толщина плиты)



Если рассматривать формируемую плиту в системе координат $0, X_1, X_2, X_3$ (рис. 1), то для произвольного момента времени уравнение, определяющее состояние равновесия для любого фиксированного слоя плиты в параллелепипеде $G = \{0 \leq x_1 \leq L, 0 \leq x_2 \leq b, 0 \leq x_3 \leq h\}$ [6] имеет вид

$$\sigma_x - p(x) \Pi(x) - \sigma_{сж}(x)[1 - \Pi(x)] - \sigma_{кл}(x) F_{кл}(x) = 0, \quad (1)$$

где σ_x — давление на ДСП со стороны плит пресса;

$p(x)$ — давление парогазовой смеси в точке x ;

$\Pi(x)$ — пористость плиты в точке x ;

$\sigma_{сж}(x)$ — напряжение сжатия в скелете слоя с координатой x ;

$\sigma_{кл}(x)$ — напряжение в клеевой прослойке;

$F_{кл}(x)$ — доля единицы площади слоя, занятая клеем;

x — точка (вектор) в пространстве $0, X_1, X_2, X_3$.

Для уравнения равновесия (1) характерны два частных случая.

1. Если давление на ДСП со стороны плит пресса велико, а прочность клеевых швов практически равна нулю, то уравнение (1) имеет вид

$$\sigma_{\tau} - p(x) \Pi(x) - \sigma_{сж}(x) [1 - \Pi(x)] = 0. \quad (2)$$

2. В процессе прессования давление со стороны плит пресса снижается, а парагазовое давление внутри ДСП нарастает. В некоторый момент времени τ напряжение сжатия $\sigma_{сж}(x) = 0$, а значит, в точке x напряжение растяжения уравнивается нарастающей прочностью клеевых швов. Для этого случая уравнение (1) примет вид [6]

$$\sigma_{\tau} - p(x) \Pi(x) + \sigma_{кл}(x) F_{кл}(x) = 0. \quad (3)$$

Следовательно, условие прочности ДСП (отсутствие расслаивания от избыточного давления парагазовой смеси):

$$\sigma_{кл}(x) F_{кл}(x) > [p(x) \Pi(x) - \sigma_{\tau}] = \sigma_p(x), \quad (4)$$

где $\sigma_p(x)$ — напряжение растяжения в ДСП перпендикулярно плоскости $(x_1, 0, x_2)$, и отнесено ко всей площади сечения.

Предел прочности материала (напряжения растяжения, при котором еще не происходит его разрушение) в этом направлении $\sigma_p(x)$ является функцией температуры $T(x)$, влагосодержания $U(x)$ и степени отверждения связующего $v(x)$. В свою очередь, эти показатели зависят не только от координаты слоя, но и от времени τ , т. е.

$$\sigma_p(x, \tau) = \sigma_p(T(x, \tau), U(x, \tau), v(x, \tau)). \quad (5)$$

Таким образом, для описания динамики прочностных свойств ДСП необходима следующая информация:

закон (диаграмма) нагружения (прессования) σ_{τ} ;

профиль (распределение) плотности ДСП $\rho(x, \tau)$;

поля давления $P(x, \tau)$, температуры $T(x, \tau)$, влагосодержания $U(x, \tau)$ и степени отверждения связующего $v(x, \tau)$.

Изменением перечисленных выше характеристик можно существенно влиять на прочностные свойства готовых изделий.

Из перечня данных, необходимых для расчета физико-механических свойств ДСП, вытекает декомпозиция модели исследуемого процесса.

1. Формирование (уточнение на последующих итерациях процесса моделирования) диаграммы прессования σ_{τ} (модель нагружения).

2. Определение плотности, а значит, и пористости ДСП по сечениям $\Pi(x, \tau)$ (реологическая модель).

3. Определение теплофизических характеристик ДСП (модель теплопереноса).

4. Расчет прочностных свойств готовых изделий (модель расчета прочностных показателей).

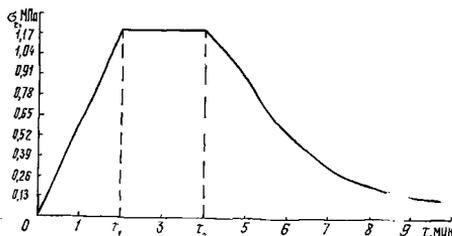
Расчеты по моделям 2-го, 3-го и 4-го типов должны проводиться итерационно, поскольку реологические свойства плит существенно зависят от теплофизических и механических характеристик ДСП, которые, в свою очередь, определяются реологическими свойствами плит.

Рассмотрим более подробно модели исследуемого процесса.

Модель нагружения плит пресса

Первоначально зададим некоторый эмпирический закон нагружения, подлежащий уточнению на последующих шагах моделирования.

Рис. 2. Типовая диаграмма прессования (τ_1 — время смыкания плит пресса; $\tau_2 - \tau_1$ — время выдержки под постоянным давлением; σ_τ — давление; τ — продолжительность прессования)



Типовая диаграмма прессования изображена на рис. 2. Ее можно описать математически следующим образом:

$$\sigma_\tau = \begin{cases} a\tau & \text{при } \tau \leq \tau_{\text{см}}; \\ a\tau_{\text{см}} & \text{при } \tau_{\text{см}} \leq \tau \leq \tau_{\text{см}} + \tau_{\text{в}}; \\ \sigma_0 e^{-(t/c)^k} + \sigma_\infty & \text{при } \tau > \tau_{\text{см}} + \tau_{\text{в}}, \end{cases} \quad (6)$$

где τ — текущий момент времени;
 $\tau_{\text{см}}$ — время смыкания плит пресса;
 $\tau_{\text{в}}$ — время выдержки давления на плиты пресса;
 $t = \tau - \tau_{\text{см}}$;
 σ_∞ — равновесное напряжение в плите после окончания процесса релаксации;
 a, σ_0, k, c — коэффициенты, определяемые технологией прессования, которые могут быть приняты за компоненты вектора управляющих параметров.

Реологическая модель прессования

Пористость ДСП в точке x определяется по выражению

$$P(x) = 1 - \frac{\rho_0(x)[1 + \varepsilon(x)]}{\rho_d}, \quad (7)$$

где $\rho_0(x)$ — начальная плотность ДСП;
 $\varepsilon(x)$ — деформация слоя плиты, имеющего координату x ;
 ρ_d — плотность древесины.

Древесина и материалы на ее основе не обладают свойством линейности реологического поведения, и следовательно, для них не выполняется принцип суперпозиции напряжений из-за необратимого изменения внутренней структуры материала в процессе деформирования.

При расчете общей деформации будем исходить из предположения, что в любой момент времени она является суммой упругой $\varepsilon_e(x)$, вязкой или упругопаздывающей $\varepsilon_v(x)$ и остаточной $\varepsilon_p(x)$ составляющих, т. е.

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_e(x) + \varepsilon_v(x) + \varepsilon_p(x), \quad (8)$$

При выдерживании под нагрузкой упругая деформация со временем убывает. Предполагается, что длительный модуль упругости растет по мере роста остаточной деформации, т. е. происходит упрочение материала.

При снятии нагрузки мгновенно восстанавливается упругая часть деформации, а затем в течение бесконечного времени происходит возврат вязкоупругой части. Дальнейшего роста остаточной деформации не происходит, т. е. при $\sigma_\tau = 0$

$$\frac{\partial \varepsilon(x)}{\partial \tau} = 0. \quad (9)$$

Остаточная деформация имеет ограниченный рост, определяемый фракционным составом, температурой и влажностью ДСП, степенью осмоления брикета, то есть

$$\varepsilon_p(x) = \xi \varepsilon(x), \quad (10)$$

где ξ — некоторый коэффициент, зависящий от перечисленных свойств.

Таким образом, количественная характеристика реологических свойств ДСП может быть получена из решения следующей системы уравнений:

$$\varepsilon(x) = \frac{1}{H} \sigma_\tau + \varepsilon_v(x) + \varepsilon_p(x); \quad (11)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_v(x)}{\partial \tau} = \begin{cases} K_1 \sigma_\tau - \mu \varepsilon_v(x) & \text{при } \varepsilon_v < \frac{K_1 \sigma_\tau}{\mu}; \\ 0 & \text{при } \varepsilon_v = \frac{K_1 \sigma_\tau}{\mu}; \end{cases} \quad (12)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_p(x)}{\partial \tau} \begin{cases} K_2 \sigma_\tau [\xi \varepsilon(x) - \varepsilon_p(x)] & \text{при } \varepsilon_p(x) < \xi \varepsilon(x); \\ 0 & \text{при } \varepsilon_p(x) = \xi \varepsilon(x); \end{cases} \quad (13)$$

$$H = H_0 + \gamma \varepsilon_p(x), \quad (14)$$

где

H — жесткость древесины;
 $H_0, K_1, K_2, \mu, \xi, \gamma$ — коэффициенты, значения которых являются решениями обратной задачи параметрической идентификации, получаемыми на основе экспериментальных данных.

При конкретных начальных условиях система уравнений (11) — (14) может быть решена, если заданы законы деформирования ($\varepsilon(x, \tau) = \varepsilon(\tau)$) или нагружения ($\sigma_\tau = \sigma(\tau)$).

Существенным моментом в реологии ДСП является и то, что H и ε древесины существенно зависят от температуры и влажности.

Аппроксимируем эти величины выражениями

$$H(x) = H_0 + \gamma \varepsilon_p(x) + AU + BT + CUT; \quad (15)$$

$$\varepsilon(x) = \frac{1}{H} \sigma_\tau + \varepsilon_v(x) + \varepsilon_p(x) + \alpha U + \beta T + \delta UT, \quad (16)$$

где

$U = U(x, \tau)$ — влагосодержание материала ДСП;
 $T = T(x, \tau)$ — температура ДСП;
 $A, B, C, \alpha, \beta, \delta$ — коэффициенты, полученные в результате обработки экспериментальных данных усушки и разбухания.

Таким образом, в результате решения системы уравнений (7), (9) — (16) может быть определена пористость ДСП в каждой точке прессуемой плиты для любого момента времени.

Модель тепломассопереноса при прессовании ДСП

Поскольку прессование является высокотемпературным процессом, то естественно предположить, что перенос влаги в плите осуществляется, в основном, парогазовой смесью и термодиффузией влаги [2].

Во время нагревания ДСП при переходе температуры через точку кипения будет происходить фазовое превращение влаги. Температура на поверхности фазового перехода сохраняется постоянной.

На основе закона сохранения массы вещества локальная производная объемной концентрации парогазовой смеси по времени равна сумме дивергенции потока этой смеси, а также источников и стоков парогазовой смеси.

Этот закон позволяет записать уравнение неразрывности для парогазового потока:

$$\Pi(x, \tau) \frac{\partial \rho_{пг}}{\partial \tau} = - \sum_{i=1}^3 (q_{пхi}) + I_{ф.п}(x, \tau) + I_{конд}(x, \tau), \quad (17)$$

где $\Pi(x, \tau)$ — пористость плиты;
 $\rho_{п.г}(x, \tau)$ — плотность парогазовой смеси;
 $q_{пхi}$ — массовые потоки вдоль осей координат,

$$q_{пхi} = -K_{хi} \frac{\partial}{\partial x_i} (P_{п.г}); \quad i = 1, 2, 3; \quad (18)$$

$K_{хi}$ — коэффициенты проницаемости плиты вдоль соответствующих координат;

$P_{п.г}(x, \tau)$ — парогазовое давление в плите;

$I_{ф.п}(x, T)$ — источник пара, обусловленный фазовым переходом кипения;

$I_{конд}(x, T)$ — сток пара, обусловленный конденсацией.

Основным источником парогазовой смеси является испаряющаяся влага, масса которой будет пропорциональна давлению насыщенного пара $P_{п.п}$. Кроме того, испарение относится к числу фазовых переходов первого рода, протекающих при постоянной температуре.

Следовательно, концентрация генерируемого пара связана однозначно с температурой кипения по уравнению кривой насыщения

$$I_{ф.п} = I_{ф.п}(x, T_{ф.п}).$$

Конденсация пара (сток) возможна лишь в тех точках плиты, где температура ДСП будет равна точке росы для данного парциального давления пара и данного влагосодержания парогазовой смеси.

Изменение влагосодержания ДСП за счет переноса влаги в виде жидкой фазы, учитывающее термодиффузию, запишем как

$$\rho_0 \frac{\partial u_B}{\partial \tau} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} (a_m \rho_0 \delta \frac{\partial T}{\partial x_i}); \quad i = 1, 2, 3, \quad (19)$$

где a_m — коэффициент влагопроводности ДСП;
 δ — термоградиентный коэффициент.

Результирующее изменение влагосодержания в ДСП при прессовании можно определить из выражения

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial \tau} = \rho_0 \frac{\partial u_B}{\partial \tau} + \Pi(x, \tau) \frac{\partial \rho_{п.г}}{\partial \tau} + I_{ф.п}(x, \tau) + I_{конд}(x, \tau). \quad (20)$$

Дифференциальное уравнение переноса тепловой энергии имеет вид

$$C(U, T) \rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\lambda_{хi}(U, T) \frac{\partial T}{\partial x_i} \right] + \sum_{i=1}^3 C_{п.г} \left(K_{хi} \frac{\partial P_{п.г}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial T}{\partial x_i} + \Delta H \frac{\partial v}{\partial \tau} + \Delta H_{\Phi} \frac{\partial U}{\partial \tau}, \quad (21)$$

где $C(U, T)$ — удельная теплоемкость ДСП;
 ρ — плотность плиты;
 $\lambda_{x_i}(U, T)$ — теплопроводность плиты по координате x_i ;
 $C_{п.г}$ — удельная теплоемкость парогазовой смеси;
 ΔH — тепловой эффект химической реакции отверждения;
 $\frac{\partial \omega}{\partial \tau}$ — реакция отверждения связующего;
 ΔH_{Φ} — тепловой эффект фазового перехода.

В этом уравнении выражение $\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\lambda_{x_i}(U, T) \frac{\partial T}{\partial x_i} \right]$ определяет перенос энергии теплопроводностью по координате x_i , а $C_{п.г} \left(K_{x_i} \frac{\partial \rho_{п.г}}{\partial x_i} \right) \times \times \frac{\partial T}{\partial x_i}$ характеризует конвективный перенос энергии парогазовой смесью по координате x_i .

Источники энергии определяются фазовыми переходами и химической реакцией отверждения связующего. При движении поверхности фазового перехода происходит выделение (поглощение) скрытой теплоты кипения (конденсации).

Сформулируем те дополнительные условия, которые должны выполняться на поверхности кипения (конденсации).

Пусть поверхностью раздела фаз является функция $x = \xi(\tau)$. За время $(\tau, \tau + \Delta\tau)$ граница фазового перехода $X = \xi$ переместится от точки $\xi = x^1$ до точки $\xi = x^1 + \Delta\xi$. При этом испаряется (либо конденсируется) масса $\rho \Delta\xi$ (ρ_v — плотность испаряющейся (конденсирующейся) жидкости) и поглощается (либо выделяется) соответствующее количество теплоты $r \Delta\xi$ (r — скрытая теплота фазового перехода).

На основе теплового баланса для точек границы фазового перехода $\xi = x^1$ и $\xi = x^2$ должно выполняться условие

$$\left[\lambda_1(U, T) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x^1} - \lambda_2(U, T) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x^2} \right] \Delta\tau = r \rho_v \Delta\xi. \quad (22)$$

Здесь λ_1 и λ_2 — коэффициенты теплопроводности первой и второй фаз.

Переходя к пределу при $\Delta\tau = 0$, получаем дополнительное условие на границе раздела фаз

$$\left[\lambda_1(U, T) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\xi} - \lambda_2(U, T) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\xi} \right] = r \rho_v \frac{\partial \xi}{\partial \tau}. \quad (23)$$

На этой границе температура постоянна и равна температуре фазового перехода $T(x, \tau) = T_{\Phi}$. Тепловые потоки разрывны и их разность равна $r \rho_v \frac{\partial \xi}{\partial \tau}$, где величина $\partial \xi / \partial \tau$ представляет собой скорость движения фронта границы фазового перехода. Естественно, что в каждой из фаз температура $T(x, \tau)$ должна удовлетворять уравнению теплопроводности (19).

Кроме того, в состав модели тепломассопереноса при прессовании ДСП должны войти следующие уравнения:

давления насыщенного пара

$$P_{п.п}(T) = \alpha_0 + \alpha_1 T + \alpha_2 T^2 + \alpha_3 T^3 + \alpha_4 T^4, \quad (24)$$

где $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ — известные аппроксимационные коэффициенты; состояния парогазовой смеси

$$\rho_{п.г}(T, \tau) = P_{п.г} / (R_{п.г} T), \quad (25)$$

где $R_{п.г}$ — универсальная газовая постоянная для парогазовой смеси; реакции отверждения связующего

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} = (1 - v) f(T_{\text{см}}, C_c), \quad (26)$$

где v — степень отверждения смолы;
 $f(T_{\text{см}}, C_c)$ — функция, задающая скорость отверждения смолы в зависимости от температуры смолы $T_{\text{см}}$ и концентрации связующего C_c ;

изменения концентрации связующего

$$\frac{\partial C_c}{\partial \tau} = \begin{cases} \frac{-C_c^2 \rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{см}} \bar{m} (1 - \Pi(x))} \frac{\partial U}{\partial \tau}, & \text{если } \frac{\partial U}{\partial \tau} < 0; \\ 0, & \text{если } \frac{\partial U}{\partial \tau} \geq 0, \end{cases} \quad (27)$$

где \bar{m} — отношение массы связующего в абс. сухом состоянии к исходной массе абс. сухой стружки;
 $\rho_{\text{см}}$ — плотность смолы.

Начальные условия для задачи тепломассопереноса

Начальные условия относительно определяемых функций вполне естественны и сводятся к заданию равномерного распределения по толщине плиты парогазового давления, температурного и влажностного полей:

$$P_{\text{п.г}}(x_1, x_2, x_3, \tau)_{|\tau=0} = P_a; \quad (28)$$

$$T(x_1, x_2, x_3, \tau)_{|\tau=0} = T_0; \quad (29)$$

$$U(x_1, x_2, x_3, \tau)_{|\tau=0} = U_0, \quad (30)$$

где P_a — атмосферное давление.

Граничные условия для задачи тепломассопереноса

Граничные условия на верхней и нижней плоскостях ДСП будут определяться температурой плит прессы:

$$T(x_1, x_2, \frac{h}{2}, \tau) = T_{\text{п}}(\tau). \quad (31)$$

На боковых поверхностях ДСП происходит теплообмен с окружающей средой, а следовательно, относительно тепловых потоков граничные условия на боковых гранях параллелепипеда $G = \{0 \leq x_1 \leq L, 0 \leq x_2 \leq b, 0 \leq x_3 \leq h\}$ запишутся следующим образом:

$$\lambda_{x_1} \frac{\partial T(\frac{l}{2}, x_2, x_3, \tau)}{\partial x_1} + \alpha_{x_1} (T_c - T(\frac{l}{2}, x_2, x_3, \tau)) = 0; \quad (32)$$

$$\lambda_{x_2} \frac{\partial T(x_1, \frac{b}{2}, x_3, \tau)}{\partial x_2} + \alpha_{x_2} (T_c - T(x_1, \frac{b}{2}, x_3, \tau)) = 0, \quad (33)$$

где α_{x_i} — коэффициент теплоотдачи на поверхности ДСП;
 T_c — температура окружающей среды.

Граничные условия для массового потока на плоскостях прессования будут существенно зависеть от типа поддонов, на которых производится прессование.

Так, для непроницаемых поддонов эти условия кусочно непрерывны, а точку разрыва можно найти по моменту, когда давление прессования упадет до величины, определяемой парогазовым давлением на основе выражения

$$\sigma_{\text{ср}} = \frac{1}{Lb} \iint_{(S)} (\Pi(x)) P(x) ds \geq \sigma_c, \quad (34)$$

т. е. усредненного по верхней площади S плиты значения парогазового давления с учетом пористости ДСП.

В этом случае между поддоном и ДСП образуется некоторая воздушная прослойка (контактный слой), через которую будет осуществляться массообмен с окружающей средой. Интенсивность его прямо пропорциональна разности давлений в ДСП и контактном слое. Значение коэффициента пропорциональности (коэффициента массообмена) β_p будет определяться гидродинамическими характеристиками этого образовавшегося слоя, который, в свою очередь, будет зависеть и от значения разности $(\sigma_{ср} - \sigma_\tau)$, определяемой по выражению (34):

$$\frac{\partial P_{п.г}(x_1, x_2, \overset{h}{0}, \tau)}{\partial x_3} = 0, \text{ если } \sigma_\tau \geq P_{п.г}(x_1, x_2, \overset{h}{0}, \tau); \quad (35)$$

$$-K_p \frac{\partial P_{п.г}(x_1, x_2, \overset{h}{0}, \tau)}{\partial x_3} + \beta_p (P_a - P_{п.г} \times \\ \times (x_1, x_2, \overset{h}{0}, \tau)) = 0, \text{ если } \sigma_\tau \leq \sigma_{ср}, \quad (36)$$

где β_p — коэффициент влагообмена, отнесенный к разности парциальных давлений;

K_p — коэффициент молярного переноса пара.

Таким образом, когда $(\sigma_{ср} - \sigma_\tau) \leq 0$, задача должна решаться с граничным условием (35) (граничное условие второго рода), а когда $(\sigma_{ср} - \sigma_\tau) \geq 0$, то в расчетах температурных и влажностных полей будет участвовать выражение (36), т. е. граничное условие третьего рода.

В случае прессования на проницаемых поддонах граничные условия для парогазового давления на поверхностях соприкосновения плит пресса и ДСП можно записать в виде уравнения

$$-K_p \frac{\partial P_{п.г}(x_1, x_2, \overset{h}{0}, \tau)}{\partial x_3} + \beta_p (P_a - P_{п.г}(x_1, x_2, \overset{h}{0}, \tau)) = 0, \quad (37)$$

где коэффициенты молярного переноса пара будут определяться фильтрационными характеристиками проницаемого поддона.

Что касается граничных условий по переносу массы на боковых поверхностях ДСП, то они будут одинаковы для прессования как на непроницаемых, так и на проницаемых поддонах:

$$-K_p \frac{\partial P_{п.г}(\overset{l}{0}, x_2, x_3, \tau)}{\partial x_1} + \beta_p (P_a - P_{п.г}(\overset{l}{0}, x_2, x_3, \tau)) = 0; \quad (38)$$

$$-K_p \frac{\partial P_{п.г}(x_1, \overset{b}{0}, x_3, \tau)}{\partial x_2} + \beta_p (P_a - P_{п.г}(x_1, \overset{b}{0}, x_3, \tau)) = 0. \quad (39)$$

В уравнениях (38) и (39) коэффициенты влагообмена β_p являются функциями внешних условий (температуры внешней среды и равновесного влагосодержания), в которых ведется прессование.

Вышеприведенная система уравнений (19), (21) — (39) может быть решена, если известны теплофизические характеристики ДСП, а также величины, описывающие кинетику отверждения связующего [3].

Алгоритмические аспекты математического моделирования физико-механических свойств ДСП

Реологическая модель представляет собой коэффициентную обратную задачу. Она состоит в том, что на основании материалов экспериментов необходимо найти выражение для функции и значения параметров, входящих в коэффициенты уравнений (11) — (16).

Распространенным способом решения задач типа (11) — (16) является сведение их к экстремальным задачам о минимуме функционала, оценивающего невязку выполнения условия (11).

При выборе численного метода для решения задачи тепломассопереноса при прессовании ДСП, сформулированной в терминах частных производных, основное внимание должно быть уделено аппроксимационной точности и устойчивости вычислительной схемы. Данные требования в достаточной для практики степени могут быть удовлетворены схемами разностных аппроксимаций.

Универсальным методом, пригодным для решения задач тепломассопереноса с переменными и даже разрывными коэффициентами в произвольной области любого числа измерений, является локально-одномерный метод. При его построении основную роль играет возможность представления операторов уравнений переноса теплоты и массы в виде суммы операторов более простой структуры, что в уравнениях (17), (19) реализовано через аддитивность операторов дивергенции потоков массы и теплоты [4].

Учесть фазовый переход в предлагаемой модели можно двумя способами.

Первый состоит в том, что кроме температуры и влагосодержания, определяется в явном виде функция, характеризующая положение фронта фазового перехода $\xi(\tau)$, т. е. и для уравнения (17) в вычислительную схему включается его разностная аппроксимация. Однако этот подход ведет просто к увеличению размерности численного метода.

Второй подход основан на введении δ -функции Дирака, с помощью которой уравнение (17) запишется следующим образом [5]:

$$\begin{aligned}
 [C(U, T) + r\delta(T - T_\Phi)] \rho \frac{\partial T}{\partial \tau} &= \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda_{x_i} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \\
 &+ \sum_{i=1}^3 C_{п.г} \left(K_{x_i} \frac{\partial P_{п.г}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial T}{\partial x_i} + \Delta H \frac{\partial v}{\partial \tau}; \\
 C(U, T) &= \begin{cases} C_1(U, T); & T < T_\Phi; \\ C_2(U, T); & T > T_\Phi; \end{cases} \\
 \lambda_{x_i}(U, T) &= \begin{cases} \lambda_1(U, T); & T < T_\Phi; \\ \lambda_2(U, T); & T > T_\Phi. \end{cases}
 \end{aligned} \tag{40}$$

Для численного решения сформулированной задачи можно применить метод сглаживания, когда δ -функция приближенно заменяется δ -образной функцией $\delta(T - T_\Phi, \Delta)$, отличной от нуля только на интервале $(T_\Phi - \Delta, T_\Phi + \Delta)$ и удовлетворяющей условию нормировки

$$\int_{T_\Phi - \Delta}^{T_\Phi + \Delta} \delta(T - T_\Phi, \Delta) dT = 1. \tag{41}$$

Так как δ -образная функция формируется по температуре, то данный прием применим для любого числа измерений и любого числа фаз.

Следовательно, описанный выше прием существенно упрощает метод решения задачи тепломассопереноса при прессовании ДСП.

Исходя из требований аппроксимационной точности и устойчивости вычислительных схем были проведены тестовые расчеты для задачи тепломассообмена. Один из этих результатов приведен на рис. 3, 4. Сравнение результатов тестирования и экспериментальных данных по высокотемпературному прессованию подтвердило приемлемость пред-

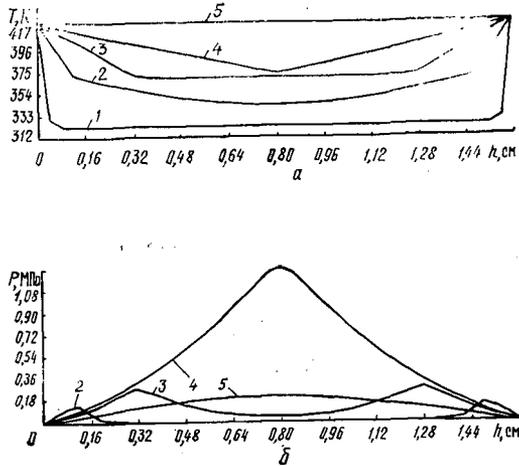


Рис. 3. Распределение температуры T (а) и давления P (б) по толщине плиты при различной продолжительности процесса: 1—0,0; 2—0,1; 3—1,3; 4—6,9; 5—8,3 мин

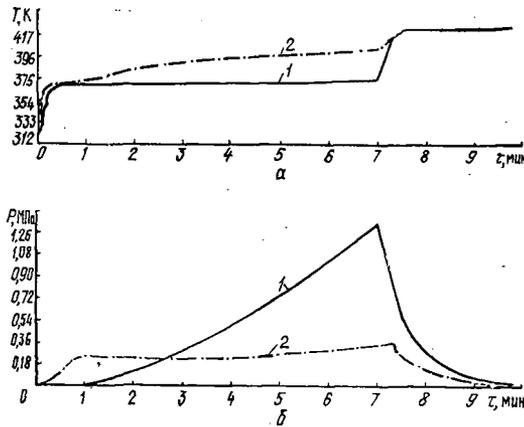


Рис. 4. Распределение температуры (а) и давления (б) в центре плиты (1) и на 1/3 ее толщины (2)

лагаемых моделей и численных методов для расчетов физико-механических свойств ДСП.

Расчет прочностных свойств готовых изделий может быть проведен в соответствии с методиками, изложенными в [6].

Результаты расчетов физико-механических свойств ДСП

В подавляющем большинстве практических задач оптимального управления приходится отыскивать глобальное решение исходя из некоторого априори известного опорного решения (что в рамках многомерной оптимизации уже является очень сложной вычислительной задачей), которое на последующих шагах вычислительного алгоритма может быть улучшено в соответствии с выбранным критерием оптимизации.

Предлагаемая выше комплексная модель прогнозирования физико-механических свойств ДСП позволяет реализовать определение этого опорного решения, а также может составить ядро вычислительной схемы поиска экстремума функции многих переменных, к которой, как правило, сводятся все численные методы оптимального управления [1].

Компонентами вектора управления в рассматриваемой задаче являются коэффициенты, определяющие режим прессования (выражение (6)), температура плит пресса, влагосодержание ДСП, параметры, характеризующие расход связующего, фракционный состав ДСП.

Пример расчетов конечных прочностных характеристик приведен на рис. 5.

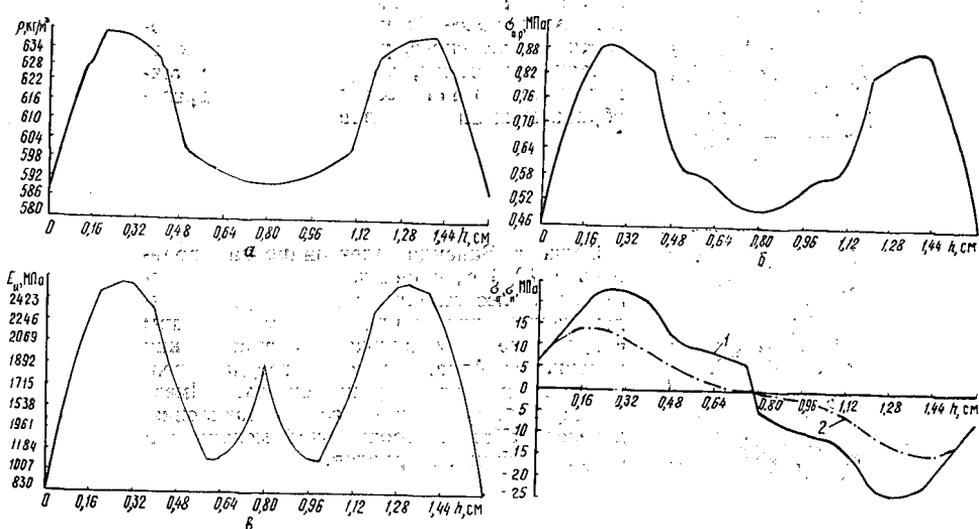


Рис. 5. Конечные прочностные характеристики плиты: а — распределение плотности ρ по толщине; б — предел прочности при растяжении $\sigma_{п.р}$; в — модуль упругости при изгибе E_n ; г — предел прочности при изгибе; 1 — распределение прочности σ_n ; 2 — распределение напряжений σ_n

Таким образом, анализ результатов расчетов свидетельствует о корректности предлагаемой модели прогнозирования физико-механических свойств ДСП и позволяет рекомендовать данную модель при проведении инженерных расчетов, связанных с определением прочностных характеристик ряда композиционных материалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Евтушенко Ю. Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации.— М.: Наука, 1982.— 432 с. [2]. Лыков А. В. Тепло-массообмен. Справочник.— М.: Энергия, 1978.— 479 с. [3]. Обливин А. Н., Воскресенский А. К., Семенов Ю. П. Тепло- и массоперенос в производстве древесностружечных плит.— М.: Лесн. пром-сть, 1978.— 192 с. [4]. Самарский А. А. Теория разностных схем.— М.: Наука, 1977.— 656 с. [5]. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики.— М.: Наука, 1977.— 735 с. [6]. Тулузаков Д. В. Формирование прочности древесностружечных плит в процессе прессования: Дис. ... канд. техн. наук.— М., 1991.— 266 с.

Поступила 8 августа 1994 г.