

С. 10—15. [3]. Доспехов Б. А. Методика полевого опыта (с основами статистической обработки результатов исследований).— М.: Колос, 1968.— 336 с. [4]. Молотков П. И. Исследование семенного потомства плюсовых деревьев сосны обыкновенной в Змиевском лесхозаге Харьковской области // Лесоводство и агролесомелиорация.— 1975.— Вып. 42.— С. 85—88. [5]. Правдин Л. Ф. Задачи и методы современного лесного семеноводства.— М.: Гослесбуиздат, 1963.— 52 с. [6]. Прилуцкая С. Н. Проверка плюс-деревьев по потомству — один из методов элитного семеноводства // Лесоводство и агролесомелиорация.— 1965.— Вып. 8.— С. 112—115. [7]. Проказин Е. П. О принципах организации лесного семеноводства // Лесн. хоз-во.— 1962.— № 4.— С. 36—40. [8]. Результаты исследований УкрНИИЛХА по селекции и семеноводству древесных пород / Н. И. Давыдова, А. И. Кожокина, З. П. Коц и др. // Повышение эффективности лесохозяйственного производства на основе достижений науки.— Ивано-Франковск: Карпаты, 1974.— С. 211—213.

УДК 674.093.6-413.82.001

О ВЫБОРЕ ЧИСЛА ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ТОЧНОСТИ РАСПИЛОВКИ

Н. И. КОВЗУН

ЦНИИМОД

Выбрать число измерений при исследовании точности технологического процесса по какому-либо параметру, являющегося случайной величиной (СВ), значит обеспечить пренебрежимо малые погрешности определения ее генеральных статистических характеристик: математического ожидания (МО) и среднего квадратического отклонения (СКО) в совокупности результатов измерений. Метод определения указанных погрешностей для стабильных условий испытаний, когда погрешности формируются на одном уровне в однородной статистической совокупности, стандартизован в работе [1]. В работе [2] дан метод определения погрешностей для нестабильных условий испытаний, когда погрешности формируются на двух уровнях.

Технологический процесс распиловки как статистическая модель точности распиловки по двум параметрам — средняя толщина доски \bar{X} и среднее квадратическое отклонение толщины в доске σ — характеризуется нестабильными условиями испытаний, в которых погрешности формируются на трех уровнях: в совокупности измерений толщины на одной доске, в совокупности досок одной мгновенной выборки и в совокупности мгновенных выборок.

В данной работе приведены формулы погрешностей определения выборочных статистических характеристик параметров \bar{X} и σ , формируемых на трех уровнях, и обосновано минимальное число измерений на одной доске, число досок в мгновенной выборке и число мгновенных выборок, при которых выборочные статистические характеристики параметров можно считать генеральными.

Представим статистическую модель точности технологического процесса распиловки в формализованном виде согласно условным обозначениям, приведенным на рис. 1.

Результат измерения толщины в одной доске (при фиксированных условиях испытаний) x имеет нормальное распределение с генеральными характеристиками \bar{X} и σ . При переходе к измерению толщины на другой доске условия испытаний меняются: \bar{X} и σ в совокупности досок мгновенной выборки сами становятся случайными величинами. При этом СВ $\{\bar{X}\}$ имеет нормальное распределение с генеральными характеристиками $\bar{\bar{X}}$ и $\sigma_{\bar{X}}$, а СВ $\{\sigma\}$ — усеченное нормальное распределение с генеральными характеристиками $\bar{\sigma}$ и σ_{σ} (для условий распиловки $\sigma_{\sigma}/\bar{\sigma} < 1/3$, поэтому распределение СВ $\{\sigma\}$ можно считать нормальным).

При переходе к измерению толщины на досках другой мгновенной выборки условия испытаний также меняются: \bar{X} и σ в совокупности мгновенных выборок становятся случайными величинами. СВ $\{\bar{X}\}$ имеет нормальное распределение с генеральными характеристиками $\bar{\bar{\bar{X}}}$ и $\sigma_{\bar{\bar{X}}}$, а СВ $\{\sigma\}$ — усеченное нормальное распределение с генеральными характеристиками $\bar{\bar{\sigma}}$ и $\sigma_{\bar{\sigma}}$ (для условий распиловки $\sigma_{\bar{\sigma}}/\bar{\bar{\sigma}} < 1/3$, поэтому распределение СВ $\{\sigma\}$ также можно считать нормальным). Характеристики $\sigma_{\bar{X}}$ и σ_{σ} сохраняют свои значения в разных мгновенных выборках.

Пусть на одной доске сделана группа из N измерений, в результате чего получены значения x_1, x_2, \dots, x_N и определены выборочные характеристики \bar{x} и S ; на n досках мгновенной выборки сделана группа из Nn измерений, в результате найдены




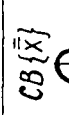
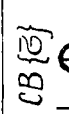
$\sigma_{(\bar{x})} = \sqrt{G^2/N}$	(1)	$\bar{x} = \sum_{i=1}^N x_i / N$	$CV\{x\}$ 	$S = \sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 / (N-1)}$	$\sigma_{(S)} = \sqrt{G^2(1 - \frac{1}{K_N})}$	(2)
<i>Совокупность из N измерений таблицы водной доски</i>						
$\sigma_{(\bar{x})} = \sqrt{G_x^2/n + (\bar{\sigma}^2 + \sigma_0^2) / n\pi}$	(3)	$\bar{x} = \sum_{j=1}^n \bar{x}_j / n$	$CV\{\bar{x}\}$ 	$\bar{S} = \sum_{j=1}^n S_j / n$	$\sigma_{(S)} = \sqrt{G_0^2/n + \bar{\sigma}^2 + \sigma_0^2} / \sqrt{1 - \frac{1}{K_N}}$	(5)
$\sigma_{(S_x)} = \sqrt{G_x^2(1 - \frac{1}{K_n}) + (\bar{\sigma}^2 + \sigma_0^2) / N}$	(4)	$S_x = \sqrt{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x}_j)^2 / (n-1)}$	$CV\{S_x\}$ 	$S_S = \sqrt{\sum_{j=1}^n (S_j - \bar{S})^2 / (n-1)}$	$\sigma_{(S_S)} = \sqrt{G_0^2(1 - \frac{1}{K_n}) + (\bar{\sigma}^2 + \sigma_0^2) (1 - \frac{1}{K_N})}$	(6)
<i>Совокупность из n досок одной мгновенной выборки</i>						
$\sigma_{(\bar{x})} = \sqrt{G_x^2/K + \bar{\sigma}^2} / \sqrt{K\pi}$	(7)	$\bar{x} = \sum_{v=1}^K \bar{x}_v / K$	$CV\{\bar{x}\}$ 	$\bar{S} = \sum_{v=1}^K S_v / K$	$\sigma_{(S)} = \sqrt{G_0^2/K + \bar{\sigma}^2} / \sqrt{K\pi}$	(8)
$\sigma_{(S_x)} = \sqrt{G_x^2(1 - \frac{1}{K}) + \bar{\sigma}^2} / \sqrt{K\pi}$	(8)	$S_x = \sqrt{\sum_{v=1}^K (x_v - \bar{x}_v)^2 / (K-1)}$	$CV\{S_x\}$ 	$S_S = \sqrt{\sum_{v=1}^K (S_v - \bar{S})^2 / (K-1)}$	$\sigma_{(S_S)} = \sqrt{G_0^2(1 - \frac{1}{K}) + \bar{\sigma}^2} / \sqrt{K\pi}$	(9)
<i>Совокупность из K мгновенных выборок</i>						

Рис. 1

значения $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$ и S_1, S_2, \dots, S_n и определены выборочные характеристики \bar{x} и S_x , \bar{S} и S_S ; в K мгновенных выборках сделана группа из nK измерений, в результате чего получены значения $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k$ и S_1, S_2, \dots, S_k и определены выборочные характеристики \bar{x} и S_x , \bar{S} и S_S .

Формулы выборочных характеристик, а также их условные обозначения, в сопоставлении с условными обозначениями генеральных характеристик, также приведены на рис. 1.

Чем больше число измерений, тем точнее равенства

$$\bar{x} \approx \bar{X}; S \approx \sigma; \bar{x} \approx \bar{X}; S_{\bar{x}} \approx \sigma_{\bar{X}}; \bar{S} \approx \bar{\sigma};$$

$$S_S \approx \sigma_{\sigma}; \bar{\bar{x}} \approx \bar{\bar{X}}; S_{\bar{\bar{x}}} \approx \sigma_{\bar{\bar{X}}}; \bar{\bar{S}} \approx \bar{\bar{\sigma}}; S_{\bar{\bar{S}}} \approx \sigma_{\bar{\bar{\sigma}}}.$$

Формулы для вычисления СКО погрешностей перечисленных равенств также приведены на рис. 1. Выражения (1), (2) записаны в соответствии с работами [1, 2], формулы (3)—(6) — в соответствии с работой [2], уравнения (7)—(10) выведены по правилам формирования погрешностей.

Все перечисленные погрешности распределены практически по нормальному закону, за исключением погрешности определения выборочного СКО для совокупности из N измерений толщины на одной доске. Эта погрешность, согласно [2], имеет хи-распределение.

Сформулируем условия, при которых значениями погрешностей можно пренебречь, а выборочную характеристику можно считать генеральной. Так, при определении генеральных характеристик средних значений пренебрежимо малым должен быть интервал, в котором с заданной вероятностью будут находиться генеральные характеристики \bar{X} , $\bar{\bar{X}}$, $\bar{\sigma}$ и $\bar{\bar{\sigma}}$.

Интервальная форма представления результата выборочных характеристик с использованием погрешности в относительной форме имеет вид

$$\bar{X} \pm t \frac{\sigma(\bar{x})}{\sigma_{\bar{X}}} \sigma_{\bar{X}}; \bar{\bar{X}} \pm t \frac{\sigma(\bar{\bar{x}})}{\sigma_{\bar{\bar{X}}}} \sigma_{\bar{\bar{X}}};$$

$$\bar{\sigma} \pm t \frac{\sigma(\bar{S})}{\sigma_{\bar{\sigma}}} \sigma_{\bar{\sigma}}; \bar{\bar{\sigma}} \pm t \frac{\sigma(\bar{\bar{S}})}{\sigma_{\bar{\bar{\sigma}}}} \sigma_{\bar{\bar{\sigma}}},$$

где t — квантиль нормального распределения для заданной доверительной вероятности.

Тогда пренебрежимо малыми должны быть относительные погрешности

$$\delta_{(\bar{x})} = \frac{\sigma(\bar{x})}{\sigma_{\bar{X}}} \rightarrow \min; \delta_{(\bar{\bar{x}})} = \frac{\sigma(\bar{\bar{x}})}{\sigma_{\bar{\bar{X}}}} \rightarrow \min;$$

$$\delta_{(\bar{S})} = \frac{\sigma(\bar{S})}{\sigma_{\bar{\sigma}}} \rightarrow \min; \delta_{(\bar{\bar{S}})} = \frac{\sigma(\bar{\bar{S}})}{\sigma_{\bar{\bar{\sigma}}}} \rightarrow \min.$$

При определении генеральных характеристик рассеивания пренебрежимо малым должно быть СКО погрешности по сравнению с СКО генеральной характеристики. Относительные погрешности должны удовлетворять неравенствам

$$\delta_{(S_{\bar{x}})} = \frac{\sigma(S_{\bar{x}})}{\sigma_{\bar{X}}} \leq \frac{1}{3}; \delta_{(S_S)} = \frac{\sigma(S_S)}{\sigma_{\sigma}} \leq \frac{1}{3};$$

$$\delta_{(S_{\bar{\bar{x}}})} = \frac{\sigma(S_{\bar{\bar{x}}})}{\sigma_{\bar{\bar{X}}}} \leq \frac{1}{3}; \delta_{(S_{\bar{\bar{S}}})} = \frac{\sigma(S_{\bar{\bar{S}}})}{\sigma_{\bar{\bar{\sigma}}}} \leq \frac{1}{3}.$$

С учетом изложенного, по формулам (3)—(10) были определены зависимости относительной погрешности от числа измерений. Значения погрешностей вычислены для соотношений генеральных характеристик рассеивания $\sigma_{\bar{X}} : \sigma_{\bar{\bar{X}}} : \sigma : \sigma_{\bar{\sigma}} : \sigma_{\bar{\bar{\sigma}}} = 1,5 : 1,0 : 1,0 : 0,3 : 0,2$, характерного для рамной распиловки.

Расчеты показали, что указанные соотношения мало влияют на значения погрешностей. Поэтому полученные зависимости позволяют планировать объемы испытаний при исследовании точности поставной распиловки на любом лесопильном оборудовании, в котором погрешности статистических характеристик формируются на трех уровнях.

Результаты расчетов погрешностей в совокупности досок мгновенной выборки представлены на рис. 2, а, б, в, г, в совокупности мгновенных выборок — на рис. 2, д, е, ж, з и наглядно показывают условия минимизации погрешностей.

Анализ зависимостей позволяет заключить следующее.

1. Минимизация погрешностей $\delta_{(x)}$ и $\delta_{(\bar{S})}$ в совокупности досок мгновенной выборки (см. рис. 2, а, б) достигается при достаточно большом числе досок $n_{\bar{x}} \geq 25$ и

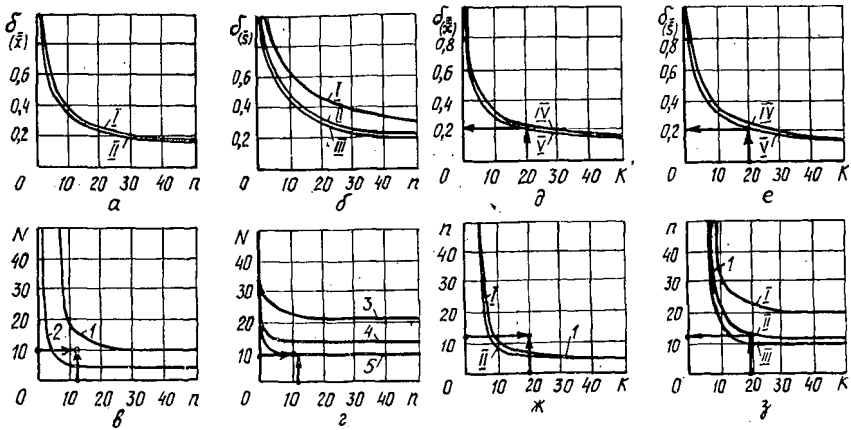


Рис. 2. Относительные погрешности определения выборочных статистических характеристик точности распиловки: а, б, в, з — в совокупности досок мгновенной выборки; д, е, ж, з — в совокупности мгновенных выборок; а, б, д, е — зависимость относительной погрешности от числа измерений; в, г, ж, з — зависимость чисел измерений при фиксированном значении относительной погрешности; а, д — погрешности определения средних толщин $\delta_{(\bar{x})}$, $\delta_{(\bar{x})}^{\equiv}$; в, ж — погрешности определения СКО средних толщин $\delta_{(S_{\bar{x}})}$, $\delta_{(S_{\bar{x}})}^{\equiv}$; б, е — погрешности определения средних СКО $\delta_{(\bar{S})}$, $\delta_{(\bar{S})}^{\equiv}$; г, з — погрешности определения СКО СКО $\delta_{(S_S)}$, $\delta_{(S_S)}^{\equiv}$; N — число измерений на доске; n — число досок в мгновенной выборке; K — число мгновенных выборок; I — N = 5; II — N = 10; III — N = 20; IV — N, n = 5; V — N, n = 20; 1 — $\delta = 0,33$; 2 — 0,50; 3 — 0,80; 4 — 1,0; 5 — $\delta = 1,2$

$n_{\bar{S}} \geq 35$, влияние N малозначимо. Дальнейшее увеличение n неэффективно, так как $\delta \rightarrow 0,2$. Необходимое уменьшение погрешностей $\delta_{(S_{\bar{x}})}$ и $\delta_{(S_S)}$ (см. рис. 2, в, з) не достигается. Следовательно, получить генеральные статистические характеристики \bar{X} , $\sigma_{\bar{x}}$, $\bar{\sigma}$ и σ_{σ} практически невозможно.

2. Минимизация погрешностей $\delta_{(x)}^{\equiv}$ и $\delta_{(\bar{S})}$ в совокупности мгновенных выборок (см. рис. 2, д, е) достигается при K = 20, влияние N, n малозначимо. Дальнейшее увеличение K неэффективно, так как $\delta \rightarrow 0,2$. Необходимое уменьшение погрешности $\delta_{(S_{\bar{S}})}$ достигается (см. рис. 2, з) при K = 20, n = 12, N = 10. Пренебрежимо малое значение погрешности $\delta_{(S_{\bar{x}})}$ (см. рис. 2, ж) гарантируется. Принятый объем измерений обеспечивает также получение пренебрежимо малых погрешностей $\delta_{(S_{\bar{x}})}$ и $\delta_{(S_S)}$. Достигается это за счет вычисления по выборочным характеристикам $S_{\bar{S}}$ и $S_{\bar{x}}$ их средних значений $\bar{S}_{\bar{S}}$ и $\bar{S}_{\bar{x}}$ в совокупности мгновенных выборок. В результате погрешности единичных характеристик при n = 12 $\delta_{(S_{\bar{x}})} = 0,5$ и $\delta_{(S_S)} = 1,2$ (см. рис. 2, в, з) уменьшаются до $\delta_{(\bar{S}_{\bar{x}})} = 0,5/\sqrt{20} < 1/3$ и $\delta_{(\bar{S}_{\bar{S}})} = 1,2/\sqrt{20} < 1/3$ при вычислении усредненных характеристик. Следовательно, получение генеральных статистических характеристик \bar{X} , $\sigma_{\bar{x}}$, $\bar{\sigma}_{\bar{x}}$, $\bar{\sigma}$, σ_{σ} , $\bar{\sigma}_{\sigma}$ представляет собой практически решаемую задачу.

Таким образом, при исследовании точности распиловки на любом лесопильном оборудовании по параметрам — средняя толщина доски и среднее квадратическое отклонение толщины доски — необходимо проводить испытания в следующих минимальных объемах: число измерений на доске 10, число досок в мгновенной выборке 12, число мгновенных выборок 20. Достаточность такого объема испытаний в каждом случае следует подтверждать расчетами фактических погрешностей по формулам (4), (6)–(10) и доказательством их ничтожно малой величины. В результате выборочные статистические характеристики \bar{x} , $S_{\bar{x}}$, $\bar{S}_{\bar{x}}$, \bar{S} , $S_{\bar{S}}$ и $\bar{S}_{\bar{S}}$ принимают в качестве генеральных.

ЛИТЕРАТУРА

[1]. ГОСТ 11.004—74. Прикладная статистика. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров нормального распределения.— Введ. 01.07.75; Переизд. янв. 1980.— М.: Изд-во стандартов, 1981. [2]. Шор Я. Б. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности.— М.: Сов. радио, 1962.— 552 с.

УДК 674.093.6

О ВЛИЯНИИ ДЛИНЫ БРЕВЕН НА ОБЪЕМНЫЙ ВЫХОД ПИЛОМАТЕРИАЛОВ

В. С. ШАЛАЕВ

Московский лесотехнический институт

В сборнике научных трудов [1] опубликованы результаты теоретических и экспериментальных исследований влияния длины бревен на показатели работы рамных потоков, в частности, на объемный выход. Сделан вывод о том, что для принятых диаметров (18...24 см) и поставок при увеличении длины бревен с 4 до 6,1 м выявлена тенденция повышения объемного выхода пиломатериалов на 1,4...3,6 % по результатам расчетов и на 1,5...3,8 % по результатам экспериментальных исследований.

Полученные результаты работы [1] в определенной интерпретации согласуются с данными, приведенными еще в 1960 г. [2]. Дадим некоторые пояснения.

Если составлять поставки для распиловки бревен брусом способом, то все вырабатываемые обрезные пиломатериалы можно разделить на три группы. Во-первых, пиломатериалы получают в пределах пласти бруса. В общем виде их объем V_1 равен или пропорционален величине $0,5d^2L$

$$V_1 = 0,5d^2L, \quad (1)$$

где d — диаметр бревна в вершинной части;

L — длина бревна.

Во-вторых, пиломатериалы вырабатывают из боковых частей бревна в пределах пифагорической зоны. Оптимальные размеры по длине l_0 и ширине b_0 , как известно, равны

$$l_0 = L; \quad (2)$$

$$b_0 = \sqrt{d^2 - 4a^2}. \quad (3)$$

Здесь a — расстояние от центра торца бревна до наружной пласти доски.

Объем любой i -й обрезной доски оптимальных размеров

$$V_i = m_i L \sqrt{d^2 - 4a_i^2}, \quad (4)$$

где m_i — оптимальная (или предельная по П. П. Аксену) толщина доски. Эта величина, очевидно, не зависит от длины бревна L ;

a_i — расстояние от центра торца бревна до наружной пласти i -й доски.

В-третьих, пиломатериалы получают из боковых частей бревна в параболической зоне. Оптимальные размеры по длине и ширине, как известно, равны

$$l_0 = \frac{2}{3} L \frac{D^2 - 4a^2}{D^2 - d^2}; \quad (5)$$

$$b_0 = \sqrt{\frac{D^2 - 4a^2}{3}}. \quad (6)$$

Здесь D — диаметр бревна в комлевой части.

Объем любой j -й обрезной доски оптимальных размеров

$$V_j = \frac{2}{3} m_j L \frac{D^2 - 4a_j^2}{D^2 - d^2} \sqrt{\frac{D^2 - 4a_j^2}{3}}, \quad (7)$$

где a_j — расстояние от центра торца бревна до наружной пласти j -й доски;

m_j — оптимальная (или предельная по П. П. Аксену) толщина доски.

Для бревен малых диаметров, характерных для сырья Европейской части СССР, параболическая зона позволяет выработать одну-две пары боковых досок. Если из боковой части бревна в его параболической части получают одну пару боковых досок, то согласно [4]: