



МЕХАНИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ДРЕВЕСИНЫ И ДРЕВЕСИНОВЕДЕНИЕ

УДК 621.933.02

Н.В. Лобанов, И.С. Лобанова, В.И. Малыгин

Лобанов Николай Владимирович родился в 1966 г., окончил в 1988 г. Севмашвузу, кандидат технических наук, доцент кафедры подъемно-транспортного и технологического оборудования Севмашвуза. Имеет более 15 научных работ в области математического моделирования физических процессов при резании, прикладной механики и лесопильного оборудования.



Лобанова Ирина Станиславовна родилась в 1970 г., окончила в 1993 г. Севмашвузу, старший преподаватель кафедры математики Севмашвуза, аспирант кафедры прикладной механики и основ конструирования АГТУ. Имеет около 10 научных работ в области математического моделирования физических процессов при резании, прикладной механики и лесопильного оборудования.



Малыгин Владимир Иванович родился в 1952 г., окончил в 1979 г. Университет Дружбы народов им. П. Лумумбы, доктор технических наук, профессор, действительный член АИН РФ, проректор по научной работе Севмашвуза – филиала СПбГМТУ. Имеет более 100 научных работ в области математического моделирования физических процессов при резании.



РАСЧЕТ ЖЕСТКОСТИ ПОЛОСОВЫХ ПИЛ

Представлена общая методика расчета статической жесткости нагруженных полосовых пил на основе теории жестких пластин, учитывающая большее количество параметров и позволяющая оценить точность и пределы применимости существующих стержневых моделей.

Ключевые слова: пила, стержень, пластина, жесткость, сила натяжения, вальцевание, эксцентриситет.

Жесткость полосовых (ленточных и рамных) пил является существенным фактором повышения производительности и качества пиления бревен. Существует много методов расчета начальной (в ненагруженном со-

стоянии) жесткости и устойчивости натянутых полосовых пил. В большинстве из них [1, 7, 6 и др.] рассматривают полосовую пилу как стержень тонкого прямоугольного сечения, хотя реальные соотношения размеров (ширины пилы к расстоянию между опорами или направляющими) полосовых, особенно ленточных, пил не соответствуют классическому определению стержня. Такой подход приводит к завышению расчетной жесткости, тонких пил и пил с малым соотношением длины и ширины. В большинстве работ граничные условия выбирают из соображений удобства решения задачи, а не из их соответствия реальным способам. В отдельных исследованиях полосовую пилу рассматривают как пластину. Например, в работе [7] начальную жесткость натянутой рамной пилы вычисляют энергетическим методом, а ее собственную жесткость находят с помощью метода конечных элементов. Однако это относится к частным случаям закрепления и нагружения пилы.

Цель данного исследования – разработать общую методику расчета статической жесткости полосовых пил и определить точность и пределы применимости существующих методик расчета.

Расчетная схема пилы с выбранной системой координат представлена на рис. 1.

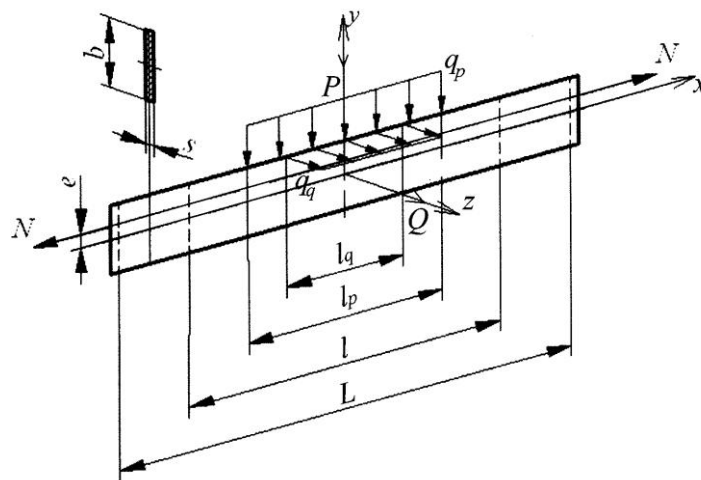


Рис. 1

Здесь обозначено:

- L – расстояние между опорами;
- l – расстояние между направляющими;
- P – поперечная сила;
- q_p – интенсивность нормальной силы P на участке l_p ;
- Q – боковая сила;
- q_q – интенсивность боковой силы Q на участке l_q ;
- s и b – толщина и ширина пилы;
- N – растягивающая сила;
- e – эксцентриситет от растягивающей силы N .

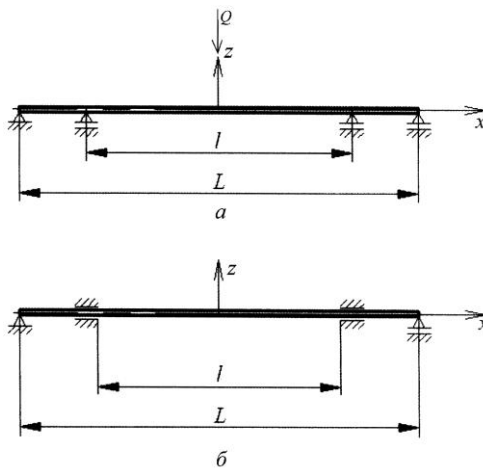


Рис. 2

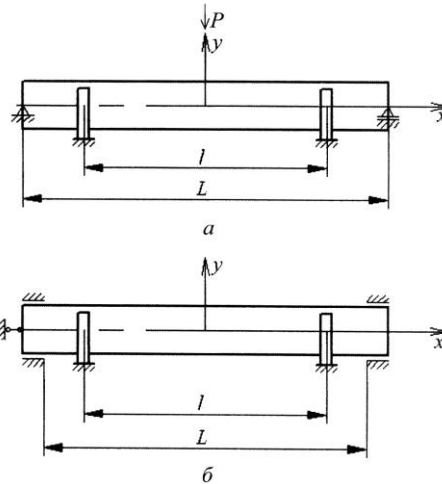


Рис. 3

На рис. 2 даны два варианта закрепления пилы в плоскости наименьшей жесткости: *a* – шарнирное закрепление, соответствует случаю односторонних отжимных направляющих; *б* – защемление, соответствует случаю двухсторонних направляющих, поставленных без зазора или с очень малым зазором. (Предполагается, что отрыв от контактных направляющих при нагружении отсутствует; условия обеспечения контакта рассмотрены в [3]). На рис. 3 приведены два варианта закрепления пилы в плоскости наибольшей жесткости: *a* – шарнирное закрепление; *б* – жесткая заделка. (Вариант двухсторонних направляющих с зазором является особым случаем, в данном исследовании он не рассматривался, методика решения такой задачи предложена в [4]).

Для определения функции прогибов пилы $\omega(x, y)$ использовали энергетический метод. Согласно [8], приращение полной энергии при нагружении пилы боковой силой Q :

$$\Delta \mathcal{E} = U - W - V,$$

где U – потенциальная энергия изгиба пилы;

W – работа напряжений, действующих в плоскости пилы до изгиба;

V – работа силы Q .

В силу симметрии задачи ее полную энергию достаточно вычислить для половины длины пилы $x \geq L/2$.

В случае защемления пилы в плоскости xOz (см. рис. 2, б) имеем:

$$U = \frac{1}{2} D \int_0^{l_p/2} \int_{-b/2}^{b/2} \left\{ \nabla^2 \omega^2 - 2(1 - \mu) \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy;$$

$$W = -\frac{s}{2} \int_0^{l_p/2} \int_{-b/2}^{b/2} \left[\sigma_x \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \right)^2 + \sigma_y \left(\frac{\partial \omega}{\partial y} \right)^2 + 2\tau_{xy} \frac{\partial \omega}{\partial x} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial y} \right] dx dy; \quad (1)$$

$$V = \int_0^{b/2} q_q \omega(x, b/2) dx.$$

Здесь обозначено:

$$D - \text{цилиндрическая жесткость пилы, } D = \frac{Es^3}{12(1-\nu^2)};$$

ν – коэффициент Пуассона;

E – модуль Юнга;

$\sigma_x(x, y)$ – напряжения вдоль оси стержня, $\sigma_x(x, y) = \sigma_b(x, y) + \sigma_N(x, y) + \sigma_{II}(x, y)$;

σ_b – напряжение вальцевания,

$$\sigma_b(x, y) = \begin{cases} \sigma_c c / (b - c) + y \frac{\sigma_c c y_c b s}{(b - c) J_z} & \text{при } -\frac{b}{2} \leq y \leq y_c - \frac{c}{2} \\ -\sigma_c + y \frac{\sigma_c c y_c b s}{(b - c) J_z} & \text{при } y_c - \frac{c}{2} < y < y_c + \frac{c}{2} \\ \sigma_c c / (b - c) + y \frac{\sigma_c c y_c b s}{(b - c) J_z} & \text{при } y_c + \frac{c}{2} \leq y \leq \frac{b}{2} \end{cases};$$

$\sigma_N(x, y)$ – напряжения от растягивающей силы N , приложенной с эксцентриситетом e , $\sigma_N(x, y) = \frac{N}{bs} + \alpha \frac{Ne}{J_z} x$;

$$\sigma_{II}(x, y) - \text{нормальные напряжения изгиба пилы в плоскости } xOy, \text{ вызванные действием поперечной силы } P, \sigma_{II}(x, y) = \alpha \frac{M(x)}{J_z} y;$$

$J_z = b^3 s / 12$ – момент инерции поперечного сечения пилы относительно оси z ;

c – ширина следа вальцевания;

y_c – расстояние от оси пилы до оси следа вальцевания;

σ_c – величина напряжений сжатия в следе вальцевания;

$M(x)$ – изгибающий момент от силы P ;

α – параметр продольного изгиба.

Изменение изгибающего момента по длине стержня находим по формулам:

$$\begin{cases} M(x) = q_p x^2 / 2 - M_{\max} & \text{при } 0 \leq x \leq l_p / 2 \\ M(x) = q_p l_p (x - l_p / 4) / 2 - M_{\max} & \text{при } l_p / 2 \leq x \leq L / 2 \end{cases}.$$

Здесь M_{\max} – изгибающий момент в среднем сечении пилы.

Для шарнирного закрепления концов пилы в плоскости xOy (рис. 3, а) имеем

$$M_{\max} = (q_p l_p^3 / (24L) - q_p l_p^2 / 8 + q_p l_p L / 8);$$

для жесткой заделки (рис. 3, б):

$$M_{\max} = q_p l_p L / 4 - q_p l_p^2 / 8.$$

Параметр α приближенно учитывает влияние растягивающей силы на напряжения и деформации изгиба. Согласно [9],

$$\alpha = 1 / (1 + N / N_3),$$

где $N_3 = \pi^2 EJ_z / (\mu L)^2$ – эйлерова сила;

μ – коэффициент приведения длины, учитывающий способ закрепления пилы: $\mu = 1$ – для шарнирного закрепления концов пилы (рис. 3, а), $\mu = 0,5$ – для жесткой заделки концов пилы (рис. 3, б).

Напряжения $\sigma_y(x, y)$ вдоль оси y от действия распределенной нагрузки q_p [2]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_y(x, y) = -\frac{q_p}{sb^3} \left[b^3 - 3b \left(\frac{b}{2} - y \right)^2 + 2 \left(\frac{b}{2} - y \right)^3 \right] \quad \text{при } -\frac{l_p}{2} \leq x \leq \frac{l_p}{2} \\ \sigma_y(x, y) = 0 \quad \text{при } x \geq \frac{l_p}{2} \quad \text{и} \quad x \leq -\frac{l_p}{2} \end{array} \right\}.$$

Распределение касательных напряжений в поперечном сечении пилы определяют по формуле Журавского $\tau = \frac{QS}{J_z b}$. С учетом изменения пере-
резающей силы имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{xy}(x, y) = \frac{3 q_p x}{2 bs} \left(1 - 4 \frac{y^2}{b^2} \right) \quad \text{при } -\frac{l_p}{2} \leq x \leq \frac{l_p}{2} \\ \tau_{xy}(x, y) = \frac{3 q_p l_p}{4 bs} \left(1 - 4 \frac{y^2}{b^2} \right) \quad \text{при } x \geq \frac{l_p}{2} \quad \text{и} \quad x \leq -\frac{l_p}{2} \end{array} \right\}.$$

При шарнирном закреплении пилы в плоскости xOz (см. рис. 2, а) под действием боковой силы деформируется вся пила. Влияние части пилы между направляющими и опорами на деформацию части пилы между направляющими относительно невелико, угловая жесткость может быть учтена как упругое защемление сечения пилы на направляющих:

$$j_\phi = \frac{k^2 l_1 EJ_y}{kl_1 \coth(kl_1) - 1},$$

где j_ϕ – угловая жесткость;
 $k = \sqrt{N / EJ_y}$;

$l_1 = (L - l) / 2$ – расстояние между направляющей и опорой;

$J_y = b^3 s / 12$ – момент инерции поперечного сечения пилы относительно оси y .

Выражение для составляющих полной энергии будет отличаться от (1) наличием дополнительного слагаемого в выражении потенциальной энергии:

$$U = \frac{1}{2} D \int_0^{l_p/2} \int_{-b/2}^{b/2} \left\{ \nabla^2 \omega - 2(1-\mu) \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy + j_\phi \left(\frac{d\omega(0,0)}{dx} \right)^2.$$

Функция прогибов пины:

$$\omega(x, y) = \sum_{i=1}^n (a_{0i} + a_{1i}y + a_{2i}y^2 + a_{3i}y^3 + \dots + a_{ki}y^k) \Phi_i(x),$$

где $\Phi_i(x)$ – полином, удовлетворяющий кинематическим граничным условиям.

В случае шарнирного закрепления пины в плоскости xOz (рис. 2, а):

$$\frac{\partial \omega(0, y)}{\partial x} = 0; \quad \omega(l/2, y) = 0.$$

$$\text{Тогда } \Phi_i(x) = \left(\frac{2x}{l} \right)^{i+1} - 1.$$

При защемлении пины в плоскости xOz (рис. 2, б):

$$\frac{\partial \omega(0, y)}{\partial x} = 0; \quad \omega(l/2, y) = 0; \quad \frac{\partial \omega(l/2, y)}{\partial x} = 0.$$

$$\text{Тогда } \Phi_i(x) = \left(\frac{2x}{l} \right)^{i+2} - \left(\frac{i+2}{2} \right) \left(\frac{2x}{l} \right)^2 + \frac{i}{2}.$$

При $k = 1$ получим стержневую модель пины. Это позволяет в рамках единой методики оценить точность и применимость упрощенных моделей. Такая методика реализована в математическом пакете MapleV 6.

Сравнением результатов тестовых расчетов с расчетами, выполненными по методу конечных элементов, установлено, что при выборе $\omega(x, y)$ в виде ограниченного ряда с $k = 5$, $i = 8$ погрешность в определении максимального прогиба пины по данной методике не превышает 6,5 % в широком интервале варьирования параметров модели: $b = 60 \dots 220$ мм; $s = 1,0 \dots 2,5$ мм; $L = 1000 \dots 3500$ мм; $l = 300 \dots 900$ мм; $\sigma_p = N/b_s = 50 \dots 150$ МПа; $e = (0 \dots 0,2)b$; $q_p l_p = (0 \dots 0,7)(q_p l_p)_{кр}$.

Анализ расчетов статической жесткости, выполненный по стержневой и пластинчатой моделями, позволил сделать следующие выводы:

1) Относительная погрешность расчетной жесткости полосовых пил по стержневой модели растет с уменьшением толщины пины и зависит от длины l_q , по которой распределена боковая сила Q . Наибольшая погрешность получена при сосредоточенной боковой силе. В табл. 1 представлены расчеты жесткости для ненагруженной ленточной пины с параметрами $b = 160$ мм, $L = 2500$ мм, $l = 600$ мм, $e = 0$, опертой на отжимные направляющие и в плоскости наибольшей жесткости закрепленной по схеме рис. 3, а, для разных толщин s (напряжение натяжения $\sigma_p = N/b_s = 100$ МПа). Рассмотрены два варианта распределения боковой силы Q по длине: $l_q = 100$ мм (в числителе) и $l_q = 300$ мм (в знаменателе).

2) Относительная погрешность расчетной жесткости полосовых пил по стержневой модели растет с увеличением натяжения пины. В табл. 2

Таблица 1

Показатель	Значение показателя для пилы толщиной, мм					
	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
Жесткость по модели, Н/мм:						
стержневой	<u>32,19</u> 39,04	<u>40,18</u> 48,61	<u>48,97</u> 59,07	<u>58,65</u> 70,57	<u>69,27</u> 83,10	<u>80,92</u> 96,82
пластинчатой	<u>25,22</u> 32,40	<u>33,07</u> 42,11	<u>41,72</u> 52,70	<u>51,23</u> 64,27	<u>61,67</u> 76,92	<u>73,13</u> 90,68
Относительная погрешность, %	<u>27,64</u> 20,49	<u>21,50</u> 15,44	<u>17,38</u> 12,09	<u>14,48</u> 9,80	<u>12,32</u> 8,03	<u>10,65</u> 6,77

Таблица 2

Показатель	Значение показателя для силы натяжения пилы N , Н (напряжения, МПа)				
	11 520 (60)	15 360 (80)	19 200 (100)	23 040 (120)	28 800 (150)
Жесткость по модели, Н/мм:					
стержневой	<u>26,08</u> 31,39	<u>33,15</u> 40,02	<u>40,18</u> 48,61	<u>47,20</u> 57,18	<u>57,72</u> 70,03
пластинчатой	<u>22,64</u> 28,45	<u>27,98</u> 35,43	<u>33,07</u> 42,11	<u>37,95</u> 48,55	<u>44,96</u> 57,81
Относительная погрешность, %	<u>15,19</u> 10,33	<u>18,48</u> 12,96	<u>21,50</u> 15,22	<u>24,37</u> 17,78	<u>28,38</u> 21,14

представлены расчеты жесткости для ненагруженной ленточной пилы с параметрами $s = 1,2$ мм, $b = 160$ мм, $L = 2500$ мм, $l = 600$ мм, $e = 0$, опертой на отжимные направляющие и в плоскости наибольшей жесткости закрепленной по схеме рис. 3, а, для разных усилий натяжения N . (Как и в табл. 1, рассмотрены два варианта распределения боковой силы Q).

3) Относительная погрешность расчетной жесткости полосовых пил по стержневой модели растет с увеличением отношения b/l . В табл. 3 представлены расчеты жесткости для ненагруженной ленточной пилы с параметрами $s = 1,2$ мм, $b = 160$ мм, $L = 2500$ мм, $l = 600$ мм, опертой на отжимные направляющие и закрепленной в плоскости наибольшей жесткости,

Таблица 3

Показатель	Значение показателя для пилы шириной b , мм (l/b)				
	100 (6,00)	130 (4,60)	160 (3,75)	190 (3,16)	220 (2,73)
Жесткость по модели, Н/мм:					
стержневой	<u>33,59</u> 40,72	<u>40,18</u> 48,68	<u>47,20</u> 57,18	<u>54,51</u> 66,01	<u>61,99</u> 75,06
пластинчатой	<u>31,57</u> 39,42	<u>35,32</u> 44,71	<u>37,95</u> 48,55	<u>39,45</u> 50,76	<u>40,16</u> 51,77
Относительная погрешность, %	<u>6,40</u> 3,29	<u>13,76</u> 8,88	<u>24,37</u> 17,78	<u>38,17</u> 30,04	<u>54,35</u> 44,99

Таблица 4

Показатель	Значение показателя при $P = q_p l_p$, Н				
	0	300	500	700	900
Жесткость по модели, Н/мм:					
стержневой	66,01	58,92	54,11	49,28	44,42
пластинчатой	50,76	43,85	39,22	34,57	29,92
Относительная погрешность, %	30,04	34,37	37,97	42,55	48,48

Таблица 5

Показатель	Значение показателя при $P = q_p l_p$, Н				
	0	100	200	300	400
Жесткость пилы на направляющих, Н/мм:					
отжимных	44,13	38,54	32,90	27,25	21,53
двухсторонних	48,66	42,80	36,87	30,89	24,83
Относительная увеличение жесткости, %	10,26	11,05	12,07	13,36	15,33

по схеме рис. 3, а, при разных отношениях l/b . (Как и в табл. 1, 2, рассмотрены два варианта распределения боковой силы Q).

Как видно из табл. 3, в стержневой модели с увеличением ширины пилы в 2,2 раза жесткость возрастает на 85 %, а в пластинчатой – на 31 %.

4) Относительная погрешность расчетной жесткости полосовых пил по стержневой модели растет с увеличением поперечной силы. В табл. 4 представлены расчеты жесткости для ленточной пилы с параметрами $s = 1,2$ мм, $b = 190$ мм, $L = 2500$ мм, $l = 600$ мм, $l_p = l_q = 300$ мм, $N = 27360$ Н ($\sigma_p = N/b_s = 120$ МПа), $e = 0$, опертой на отжимные направляющие и закрепленной в плоскости наибольшей жесткости по схеме рис. 3, а, для различных значений поперечной силы $P = q_p l_p$.

5) Способ закрепления пилы в плоскости наименьшей жесткости оказывает гораздо меньшее влияние на ее статическую жесткость, чем следует из расчетов по стержневой модели. В табл. 5 приведены результаты расчетов двух ленточных пил по пластинчатой модели с параметрами $s = 1,2$ мм, $b = 110$ мм, $L = 2500$ мм, $l = 400$ мм, $N = 10560$ Н ($\sigma_p = N/b_s = 80$ МПа), $l_p = l_q = 200$ мм, $e = 0$, опертой на отжимные и двухсторонние направляющие, для различных значений поперечной силы $P = q_p l_p$.

Увеличение жесткости в рассмотренном случае, полученное в расчете по стержневой модели, значительно больше и составляет 25 %.

6) Разработанная модель позволяет более детально оценить влияние вальцевания и эксцентриситета силы натяжения N на статическую жесткость полосовых пил. На рис. 4, а представлены прогибы среднего сечения ленточной пилы, опертой на отжимные направляющие и нагруженной поперечной $P = q_p l_p = 500$ Н и боковой $Q = q_p l_p = 30$ Н силами,

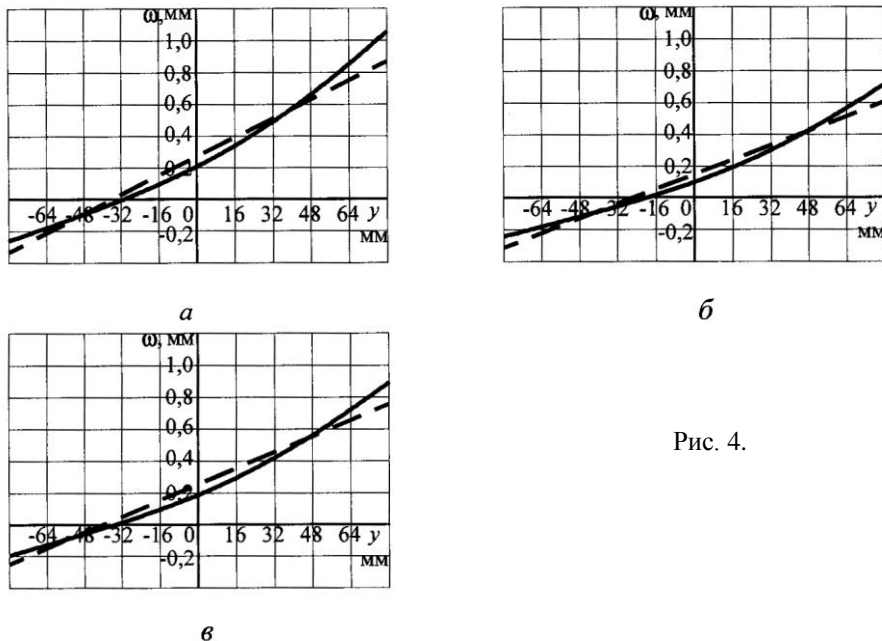


Рис. 4.

распределенными по длине (высота пропила) $l_p = l_q = 300$ мм. Параметры пилы: $s = 1,2$ мм, $b = 160$ мм, $L = 2500$ мм, $l = 600$ мм, $N = 19200$ Н ($\sigma_p = N/b_s = 80$ МПа). На рис. 4, б представлены прогибы среднего сечения для той же пилы, растянутой с эксцентриситетом $e = 20$ мм. На рис. 4, в представлены прогибы среднего сечения для той же пилы, симметрично вальцованной по одному следу шириной $c = 10$ мм с напряжениями вальцевания на кромках $\sigma_p = 18,75$ МПа (на рис. 4 сплошная линия – прогибы сечения, рассчитанные по пластинчатой модели, пунктирная – по стержневой). Анализ рис. 4 показал, что прогибы пилы (рис. 4, а), вычисленные по стержневой модели, в 1,21 раза, а углы поворота сечения на режущей кромке в 1,72 раза меньше, чем в расчетах по пластинчатой модели. Угол поворота режущей кромки может опосредованно влиять на деформации пилы через изменение составляющих силы пиления.

Влияние эксцентриситета силы натяжения на жесткость примерно одинаково: по стержневой модели максимальный прогиб режущей кромки уменьшился в 1,44 раза, по пластинчатой модели – в 1,48 раза. Угол поворота режущей кромки за счет эксцентриситета по стержневой модели уменьшился в 1,30 раза, по пластинчатой – в 1,36 раза.

Влияние вальцевания на жесткость пилы примерно одинаково: по стержневой модели максимальный прогиб режущей кромки вальцованной пилы снизился в 1,15 раза, по пластинчатой модели – в 1,18 раза. Угол поворота режущей кромки вальцованной пилы за счет эксцентриситета уменьшился в 1,19 раза как по стержневой, так и по пластинчатой модели.

Таким образом, применение стержневой модели при расчете жесткости, особенно с увеличением толщины пилы, уменьшением расстояния ме-

жду направляющими, напряжения натяжения и ширины пилы и увеличением нормальной силы, может приводить к погрешности 50 % и более.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брюквин А.В. Динамическая модель колебаний дереворежущих ленточных пил: автореф. дис. ... канд. техн. наук / А.В. Брюквин. – МГУЛ, 1994. – 44 с.
2. Доннелл Л.Г. Балки, пластины и оболочки / Л.Г. Доннелл. – М.: Наука, 1982. – 538 с.
3. Лобанов Н.В. Жесткость ленточных пил с учетом отжимных направляющих / Н.В. Лобанов, Г.Ф. Прокофьев, И.С. Лобанова // Лесн. журн. – 2003. – № 6. – С. 62–67. – (Изв. высш. учеб. заведений).
4. Прокофьев Г.Ф. Исследование начальной жесткости полосовых пил / Г.Ф. Прокофьев, И.И. Иванкин, Н.И. Дундин // Лесн. журн. – 2001. – № 3. – С. 88–95 – (Изв. высш. учеб. заведений).
5. Прокофьев Г.Ф. Начальная жесткость полосовых пил / Г.Ф. Прокофьев, Б.А. Ходерян, С.В. Ершов. – Архангельск: ЦНИИМОД, 1985. – 23 с. – Деп. в ВНИИПИЭЛеспром 17.06.85, № 1589 л.б.
6. Прокофьев Г.Ф. Теоретические исследования начальной жесткости ленточных и рамных пил / Г.Ф. Прокофьев, И.И. Иванкин // Охрана окружающей среды и рациональное использование природных ресурсов: сб. науч. тр. АГТУ. – 1997. – Вып. 3. – С. 20–24.
7. Прокофьев Г.Ф. Точность пиления древесины рамными и ленточными пилами / Г.Ф. Прокофьев // Лесн. журн. – 1996. – № 6. – С. 74–80. – (Изв. высш. учеб. заведений).
8. Прочность, устойчивость, колебания. Т.3 / под ред. И.А. Биргера и Я.Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968. – 568 с.
9. Тимошенко С.П. Сопроотивление материалов / С.П. Тимошенко. – Т. 2. – М.: Наука, 1965. – 480 с.

Севмашвтуз

Поступила 9.12.03

N.V. Lobanov, I.S. Lobanova, V.I. Malygin
Stiffness Analysis of Strip Saws

The general technique of calculating static stiffness of loaded strip saws based on the rigid plate's theory is presented, taking into account big number of parameters and allowing to assess accuracy and application limit of the current core models.
