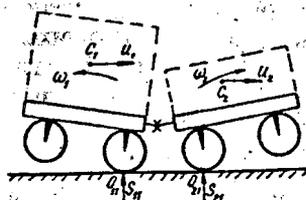


Рис.2. Положение вагонов после соударения



после удара – вращательное вокруг осей, проходящих через точки O_{11} и O_{21} .

В соответствии с найденным направлением вращения, как показано на рис. 2 ($\omega_1 > 0$, а $\omega_2 < 0$), после удара вагоны опустятся на рельсы. Таким образом, для рассматриваемой плоской задачи в результате удара не произойдет схода вагонов с рельсов.

В реальных условиях задача соударения двух вагонов является пространственной. Неизбежно возникают поперечные силы (например из-за несимметрии линии действия импульсов S_n относительно продольной оси пути, из-за давления соседних вагонов поезда и т.д.), поэтому сход вагонов при определенных условиях возможен, особенно если реборда колеса поднимается выше поверхности катания рельсов. Высоту подъема колес можно определить, например, с помощью теоремы об изменении кинетической энергии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Морозов С.И. Решение задач удара на лесотранспорте // Лесн.журн. – 1994. – №1. – С. 40–47. – (Изв.высш.учеб. заведений). [2]. Морозов С.И. Удар двух тел: Методические указания по решению задач. – Архангельск: АГТУ, 1995. – 68 с. [3]. Узкоколейный подвижной состав лесопромхозов / Ю.Л. Шевченко, А.А. Гмызин, С.Н. Ильющкин. – М: Лесн. пром-сть, 1978. – 152 с.

Поступила 31 мая 1995г.

УДК 629.4.001.24

С.И. МОРОЗОВ

Архангельский государственный технический университет

ОБ УДАРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ ШТУЧНЫХ ГРУЗОВ НА ПОДВИЖНОЙ СОСТАВ ЛЕСОВОЗНЫХ ДОРОГ

Изложен анализ ударного воздействия бревна на подвижной состав лесовозных дорог. Приведены зависимости для определения импульсов ударных сил и скоростей тел

после удара. Рассмотрено влияние коэффициента трения поверхностей соударяющихся тел на характеристики процесса удара в зависимости от угла наклона бревна к нормали. Предложен способ определения максимального сжатия рессор в результате удара.

The analysis of log's shock effect on the rolling-stock of wood-transport roads has been presented. The functions of determining the impulses of impact forces and after-impact bodies' rates are given. The effect of friction ratio of colliding bodies' surfaces on the characteristic of the impact process subject to an angle of log inclination to normal is considered. A method of determining the compression of springs by impact is suggested.

Погрузочно-разгрузочные работы могут сопровождаться ударами перемещаемых грузов о платформу подвижного состава, о поверхность земли или разгрузочной ramпы.

При ударе, как известно, возникают большие силы, которые действуют на поверхность соударяющихся тел, а также на основание, где они расположены. Во всех случаях удары могут вызвать неблагоприятные последствия, такие как разрушение материала тел; повреждение рессор и т.д. Поэтому исследование процесса удара на погрузочно-разгрузочных работах имеет важное практическое значение.

Цель настоящей работы – изучить удар штучного груза (бревна) при его падении из кранового захвата на неподвижную платформу (например железнодорожного состава) и проанализировать происходящие при этом явления.

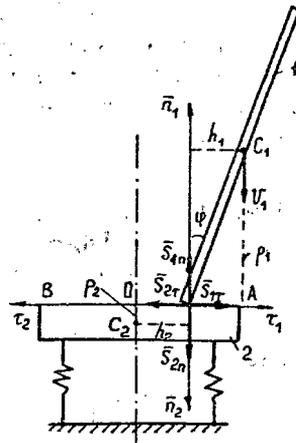
Как известно [1], для изучения удара применяют три теории. Одна из них (классическая) основана на формулах теоретической механики и служит для нахождения импульсов ударных сил и скоростей тел после удара. Методика решения задач с помощью этой теории приведена нами ранее в работе [2]. Две другие теории (деформационная и волновая) используют формулы теории упругости для определения максимального значения ударных сил и времени удара.

Эти три теории имеют свои области применения и позволяют получить предварительную оценку результата удара. Достоверность расчетных значений и соответствие их физическому процессу можно оценить только экспериментально.

Дальнейшее изложение будем вести на примере удара бревна о поверхность железнодорожной платформы.

Условная расчетная схема приведена на рис. 1.

Рис. 1. Расчетная схема



Здесь бревно (тело 1) массой $m_1 = 100$ кг, длиной $2l = 4$ м и диаметром $d = 0,2$ м падает с некоторой высоты на платформу (тело 2) массой $m_2 = 1600$ кг и шириной $2L = 2$ м. Соударение происходит в точке E , находящейся на расстоянии $a = 0,5$ м от центра масс платформы (точки C_2).

В начальный момент соударения скорость центра масс бревна (точка C_1), которую обозначим v_1 , направлена вертикально вниз и равна 2 м/с. До удара бревно не вращалось, т.е. его угловая скорость $\omega_{10} = 0$. Угол наклона бревна к вертикали обозначим φ .

Платформа, удерживаемая двумя пружинами (рессорами жесткостью $c_1 = c_2 = 360000$ Н/м), расположена горизонтально и до удара находилась в покое ($v_2 = 0$; $\omega_{20} = 0$).

В данной статье рассмотрим процесс соударения двух тел, используя классическую теорию.

В общем случае основные расчетные зависимости для определения импульсов ударных сил при отсутствии взаимного проскальзывания тел имеют вид [2]

$$S_{\tau} = \frac{H(1 + \varepsilon)A_1 - GA_2}{B} ; \quad (1)$$

$$S_n = \frac{HA_2 - G_1(1 + \varepsilon)A_1}{B} , \quad (2)$$

где S_{τ} , S_n – касательный и нормальный импульсы ударных сил;

ε – коэффициент восстановления при ударе; для частично упругого удара принимаем $\varepsilon = 0,7$;

G , G_1 – коэффициенты, характеризующие массы соударяющихся тел,

$$G = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{h_1^2}{I_1} + \frac{h_2^2}{I_2} ; \quad (3)$$

$$G_1 = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{p_1^2}{I_1} + \frac{p_2^2}{I_2} ; \quad (4)$$

A_1, A_2 – скоростные коэффициенты,

$$A_1 = \overline{v_1 n_1} + \overline{v_2 n_2} + \overline{h_1 \omega_{10}} + \overline{h_2 \omega_{20}} ; \quad (5)$$

$$A_2 = \overline{v_1 \tau_1} + \overline{v_2 \tau_2} + \overline{p_1 \omega_{10}} + \overline{p_2 \omega_{20}} ; \quad (6)$$

H, B – вспомогательные расчетные величины,

$$H = \frac{\overline{h_1 p_1}}{I_1} + \frac{\overline{h_2 p_2}}{I_2} ; \quad (7)$$

$$B = G G_1 - H^2. \quad (8)$$

В формулы (3) – (8) входят:

I_1, I_2 – моменты инерции тел относительно осей, проходящих через центры масс перпендикулярно плоскости рисунка. При расчете принимаем $I_1 = 133,33 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$; $I_2 = 533,33 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;

h_1, h_2, p_1, p_2 – координаты точек C_1 и C_2 в показанной на рис.1 системе координат. В данном примере

$$h_1 = l \sin \varphi ; h_2 = 0,1 \text{ м}; p_1 = l \cos \varphi ; p_2 = a = 0,5 \text{ м};$$

$\overline{v_i n_i}, \overline{v_i \tau_i}$ – проекции скоростей центров масс тел на оси n и τ ;

$\overline{\tau_i}, \overline{n_i}$ – орты осей координат ($i = 1, 2$).

Результаты вычислений по формулам (1) – (8) в зависимости от угла наклона тела приведены в табл. 1.

Как отмечено выше, расчет значений ударных импульсов (колонки 6 и 7) выполнен при условии, что в момент удара не происходит проскальзывания тел. Необходимый для этого предельный (минимальный) коэффициент трения скольжения f_n находим как отношение S_τ / S_n (колонка 8). Графики зависимости S_τ, S_n и f_n от угла φ показаны на рис.2. При углах наклона в диапазоне от 30 до 80° значение f_n достигает больших значений. Если он, в заданном состоянии поверхности тел, реализован быть не может, то проскальзывание тел неизбежно, поэтому расчетные величины в колонках 6 и 7 требуют уточнения.

Угол на- клона φ , град	Вспомогательные расчетные величины			
	$G \cdot 10^2$, кг ⁻¹	$G_1 \cdot 10^2$, кг ⁻¹	H , кг ⁻¹	$B \cdot 10^4$, кг ⁻²
1	2	3	4	5
0	1,109	4,064	$-9,380 \cdot 10^{-5}$	4,509
15	1,310	3,863	$-7,594 \cdot 10^{-3}$	4,486
30	1,859	3,314	$-1,308 \cdot 10^{-2}$	4,451
45	2,609	2,564	$-1,509 \cdot 10^{-2}$	4,413
60	3,359	1,814	$-1,308 \cdot 10^{-2}$	4,833
75	3,908	1,265	$-7,594 \cdot 10^{-3}$	4,369
80	4,019	1,155	$-5,224 \cdot 10^{-3}$	4,368
85	4,087	1,087	$-2,698 \cdot 10^{-4}$	4,370
90	4,100	1,064	$-9,375 \cdot 10^{-5}$	4,374

Таблица 1

Импульсы при отсутствии проскальзывания			Импульсы при наличии проскальзывания		
$S_t,$ Н·с	$S_n,$ Н·с	f_n	$S_t,$ Н·с	$S_n,$ Н·с	f
6	7	8	9	10	11
0,707	306,5	$2,31 \cdot 10^{-3}$	-	-	-
57,56	292,8	0,20	-	-	-
99,95	253,2	0,39	101,8	254,5	0,4
1163	197,6	0,59	67,8	169,5	0,4
1014	140,7	0,72	48,0	120,0	0,4
59,10	98,5	0,60	37,7	94,3	0,4
40,66	89,9	0,45	35,7	89,2	0,4
21,00	84,6	0,25	-	-	-
0,729	82,7	$8,81 \cdot 10^{-3}$	-	-	-

При наличии проскальзывания расчетные зависимости для определения S_τ и S_n имеют вид

$$S_\tau = S_n f ;$$

$$S_n = -\frac{(1+\varepsilon)A_1}{G+Hf} ,$$

где f – фактический коэффициент трения.

Значения S_τ и S_n при наличии проскальзывания для случая, когда $f=0,4$, приведены в 9 и 10 колонках табл.1. На рис.2 те части зависимостей S_τ , S_n и f , которые не реализуются при $f < f_n$, показаны пунктиром.

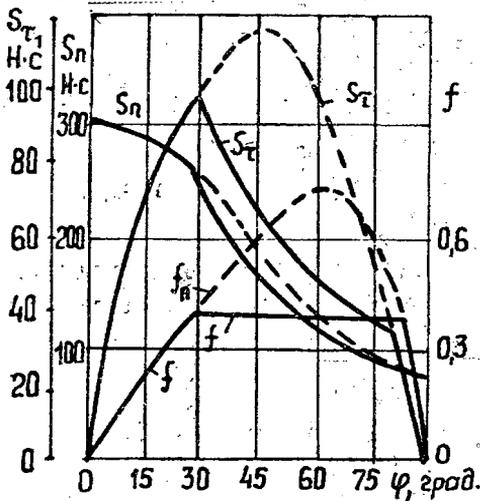


Рис.2. Зависимости S_τ , S_n и f от угла наклона бревна φ к нормали

Отметим, что наиболее существенно проскальзывание тел влияет на значение S_τ , менее существенно – на S_n . Очевидно, что в любом случае проскальзывание уменьшает оба импульса и это будет тем более заметно, чем меньше фактическое значение коэффициента трения.

Скорости тел после удара находим [2] по формулам

$$\bar{u}_1 \bar{\tau}_1 = \bar{v}_1 \bar{\tau}_1 + \frac{S_\tau}{m_1} ;$$

$$\bar{u}_2 \bar{\tau}_2 = \bar{v}_2 \bar{\tau}_2 + \frac{S_\tau}{m_2} ;$$

$$\bar{u}_1 \bar{n}_1 = \bar{v}_1 \bar{n}_1 + \frac{S_n}{m_1} ;$$

$$\bar{u}_2 \bar{n}_2 = \bar{v}_2 \bar{n}_2 + \frac{S_n}{m_2} ;$$

$$\omega_1 = \omega_{10} + \frac{S_\tau p_1}{I_1} - \frac{S_n h_1}{I_1};$$

$$\omega_2 = \omega_{20} + \frac{S_\tau p_2}{I_2} - \frac{S_n h_2}{I_2};$$

где $\bar{u}_i \bar{\tau}_i$, $\bar{u}_i \bar{n}_i$ – проекции скоростей центров масс тел на оси τ_i и n_i ;

ω_1 , ω_2 – угловые скорости тел после удара.

Результаты вычислений скоростей приведены в табл.2. Они показывают следующее:

для первого тела значение $\bar{u}_1 \bar{\tau}_1 > 0$, т.е. эта составляющая скорости точки C_1 направлена параллельно оси τ_1 вправо;

в диапазоне φ от нуля до 30° значение $\bar{u}_1 \bar{n}_1 > 0$, а в диапазоне φ от 45 до 90° $\bar{u}_1 \bar{n}_1 < 0$. Это означает, что в первом случае скорость $\bar{u}_1 \bar{n}_1$ направлена вверх, а во втором – вниз;

так как $\bar{u}_2 \bar{\tau}_2 > 0$ и $\bar{u}_2 \bar{n}_2 > 0$, то скорость точки C_2 после удара будет направлена влево и вниз;

угловые скорости тел после удара (кроме $\varphi = 0$) отрицательны, т.е. оба тела будут вращаться по часовой стрелке, что для схемы на рис.2 вполне очевидно. С увеличением φ значение ω_1 возрастает, ω_2 – падает. Это объясняется характером взаимодействия тел при ударе, которое рассмотрим впоследствии с помощью деформационной теории удара.

Таблица 2

Угол наклона φ , град	Линейные скорости, м/с, точек C_1 и C_2				Угловые скорости тел, с ⁻¹	
	$\bar{u}_1 \bar{\tau}_1$	$\bar{u}_1 \bar{n}_1$	$\bar{u}_2 \bar{\tau}_2$	$\bar{u}_2 \bar{n}_2$	ω_1	ω_2
0	0,0071	1,065	0,0004	0,1916	0,0106	-0,2872
15	0,5756	0,928	0,0360	0,1830	-0,3029	-0,2637
30	1,0180	0,545	0,0636	0,1591	-0,5863	-0,2195
45	0,6780	-0,305	0,0427	0,1059	-1,0787	-0,1462
60	0,4800	-0,800	0,0300	0,0750	-1,1989	-0,1035
75	0,3770	-1,057	0,0236	0,0589	-1,2200	-0,0813
90	0,0073	-1,173	0,0005	0,0517	-1,2405	-0,0774

Отметим, что скорости точек C_1 и C_2 связаны со скоростью точки E следующими кинетическими зависимостями:

$$\bar{u}_{1E} = \bar{u}_1 + \bar{\omega}_1 \times \bar{r}_1;$$

$$\bar{u}_{2E} = \bar{u}_2 + \bar{\omega}_2 \times \bar{r}_2,$$

где \bar{r}_1 , \bar{r}_2 – радиусы-векторы точки E , проведенные из точек C_1 и C_2 .

Переходя к проекциям на оси τ и n , находим

$$\bar{u}_{1E}\bar{\tau}_1 = \bar{u}_1\bar{\tau}_1 + \omega_1 p_1 ;$$

$$\bar{u}_{1E}\bar{n}_1 = \bar{u}_1\bar{n}_1 + \omega_1 h_1 ;$$

$$\bar{u}_{2E}\bar{\tau}_2 = \bar{u}_2\bar{\tau}_2 + \omega_2 p_2 ;$$

$$\bar{u}_{2E}\bar{n}_2 = \bar{u}_2\bar{n}_2 + \omega_2 h_2 ;$$

Например, для $\varphi = 15^\circ$ получим (рис.3)

$$\bar{u}_{1E}\bar{\tau}_1 = \bar{u}_1\bar{\tau}_1 - \omega_1 l \cos\varphi = 0,57558 - 0,58516 = -0,00958 \text{ м/с};$$

$$\bar{u}_{1E}\bar{n}_1 = \bar{u}_1\bar{n}_1 + \omega_1 l \sin\varphi = 0,92831 + 0,15679 = 1,08510 \text{ м/с};$$

$$\bar{u}_{2E}\bar{\tau}_2 = \bar{u}_2\bar{\tau}_2 - \omega_2 p_2 = 0,03597 - 0,02637 = 0,00960 \text{ м/с};$$

$$\bar{u}_{2E}\bar{n}_2 = \bar{u}_2\bar{n}_2 + \omega_2 h_2 = 0,18302 + 0,13187 = 0,31489 \text{ м/с}.$$

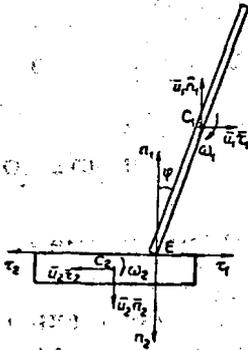


Рис.3. Вектора скоростей тел после удара

Здесь $\bar{u}_{1E}\bar{\tau}_1 + \bar{u}_{2E}\bar{\tau}_2 = -0,0958 + 0,00960 = 0$, что и должно быть, так как в данном случае проскальзывание тел в точке E не происходит. Скорость $\bar{u}_{1E}\bar{n}_1$ направлена вверх, скорость $\bar{u}_{2E}\bar{n}_2$ — вниз, т.е. после удара оба тела разъединяются. Первое тело будет двигаться вверх, одновременно вращаясь по часовой стрелке, второе — вниз, также вращаясь по часовой стрелке.

Во всех случаях, когда $f < f_n$, наблюдается проскальзывание тел в точке E . Это подтверждается примером для $\varphi = 45^\circ$, где $\bar{u}_{1E}\bar{\tau}_1 = -0,8475$ м/с, $\bar{u}_{2E}\bar{\tau}_2 = 0,02813$ м/с и $\bar{u}_{1E}\bar{\tau}_1 + \bar{u}_{2E}\bar{\tau}_2 \neq 0$.

Результат ударного взаимодействия тел зависит, конечно, от положения точки соударения E . Для иллюстрации этого заключения на рис.4 построены графики расчетных величин S_τ и S_n при $\varphi = 0$ и положении точки E на участке платформы в диапазоне от A до B (см. рис. 1).

Если соударение тел происходит в точке O , то имеем прямой центральный удар. Значение S_n достигает максимума, а $S_\tau = 0$. При удалении точки E от точки O удар становится косым. Появляется касательный импульс S_τ , а импульс S_n умень-

шается. В максимальной степени эта особенность проявится при ударе по краям платформы. Аналогично изменяются и угловые скорости первого и второго тел, графики которых построены на рис.4.

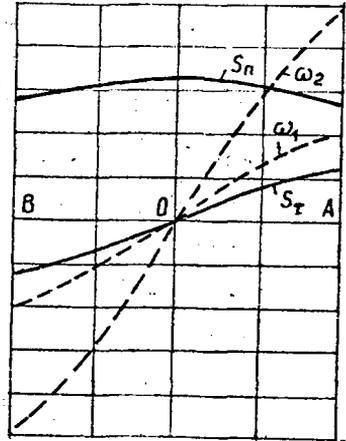


Рис.4. Зависимости S_x и S_n (сплошные линии), ω_1 и ω_2 (штриховые) от положения точки удара E на поверхности платформы

Таким образом, на процесс соударения бревна (или аналогичного тела) с платформой железнодорожного вагона или автомобиля влияют следующие факторы: материал тел, относительная скорость соударения, массы тел и их моменты инерции, расположение точки удара и угол наклона бревна к вертикали. При ударе штучного бесформенного тела (глыбы минерала) влияние угла наклона несущественно.

Рассмотрев процесс удара, можно определить дальнейшее движение тел после удара. Принципиальное решение этой задачи приведено в работе [3].

В данном случае для изучения движения как первого, так и второго тела удобно использовать уравнение Лагранжа II рода. Каждое из тел совершает плоско-параллельное движение, и их положение можно определить с помощью трех обобщенных координат x , y и φ . Первые две характеризуют положение центров масс тел, третья – поворот тела вокруг осей, проходящих через центры масс.

Следовательно, выражение для кинетической энергии (T) имеет вид (без индексов)

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2.$$

При определении обобщенных сил Q учитываем, что на первое тело действуют только силы тяжести, на второе – силы тяжести и упругости. Таким образом, имеем

$$Q_{1x} = 0; \quad Q_{1y} = m_1 g; \quad Q_{1\varphi} = 0;$$

$$Q_{2x} = 0; \quad Q_{2y} = m_2 g - 2c_1(y + \delta); \quad Q_{2\varphi} = 0.$$