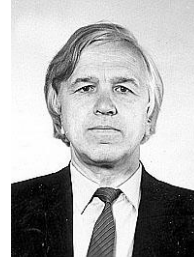


УДК 674.055

В.И. Коняшкин

Коняшкин Владимир Ильич родился в 1948 г., окончил в 1971 г. Брянский технологический институт, кандидат технических наук, доцент кафедры технологии деревообработки Брянской государственной инженерно-технологической академии

**НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ
РЕЖУЩЕГО ИНСТРУМЕНТА**

Получены формулы, позволяющие определять напряжения на обеих поверхностях резца при произвольных внешних нагрузках.

Ключевые слова: напряженное состояние, режущая часть, резец, режущий инструмент, нагрузки и напряжения, анализ.

Цель работы – получить теоретические выражения для оценки напряженного состояния режущей части резца в зависимости от действующих на него нагрузок и соответствующих напряжений в режущей части; проанализировать ранее полученные выражения для напряжений в резце от нагрузок, действующих на его режущую кромку, с использованием обобщенного критерия прочности Г.С. Писаренко и А.Н. Лебедева, зависимостей плоской задачи теории упругости В.А. Киселева и А.В. Моисеева.

Упруго-напряженное состояние режущей кромки инструмента будем рассматривать как обобщенное плоское напряженное состояние. Это предположение приемлемо, например, для фрезерования и др. По материалам экспериментов и теоретических расчетов можно заключить, что наиболее напряженным участком резца является его передняя поверхность вблизи режущей кромки. В этом случае резец можно считать полубесконечным клином [1, 2].

В общем случае нормальную q и касательную τ нагрузки на переднюю кромку резца задаем выражениями, приведенными в работе А.В. Моисеева [3]:

$$q = q_0 \left[1 - \left(\frac{x}{h} \right)^{n_q} \right]; \quad \tau = \tau_0 \left[1 - \left(\frac{x}{h} \right)^{n_\tau} \right], \quad (1)$$

где x – расстояние от режущей кромки до рассматриваемой точки;
 h – длина контакта стружки с резцом;

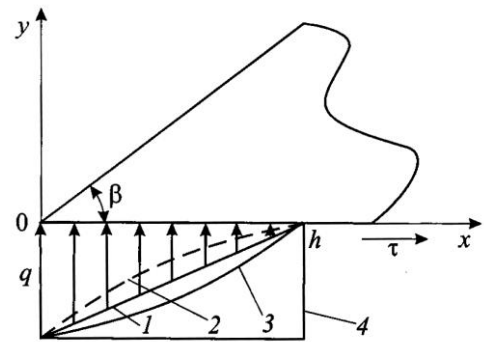
n_q и n_τ – показатели степени, зависящие от закона изменения нагрузки.

Принятая в расчете система координат и возможные эпюры внешних нагрузок от n на переднюю кромку поверхности резца представлены на рис. 1. При $n = 0$ эпюра внешней нагрузки соответствует сосредоточенной силе на режущей кромке лезвия резца, при $n = 1$ она изменяется по линейному закону, а при $n > 1$ равна постоянной нагрузке в пределах контакта стружки с резцом.

Не существует точных аналитических решений плоской задачи при произвольном распределении нагрузки на рабочую часть резца. Однако известны такие решения для частных случаев. Они использованы нами далее для обоснования приближенных решений при действии произвольной нагрузки.

Точные аналитические решения плоской задачи теории упругости приведены в работе [1]. Для нормальной нагрузки, изменяющейся по закону $q = kx$ (k – коэффициент пропорциональности), имеем следующие уравнения:

Рис. 1. Принятая система координат xOy и эпюры внешних нормальных нагрузок на переднюю поверхность резца: 1 – $n = 1$; 2 – $0 < n < 1$; 3 – $n > 1$; 4 – $n = 0$



$$\sigma_x = \frac{k}{\operatorname{tg}^2 \beta} \left(x - \frac{2}{\operatorname{tg} \beta} y \right); \quad \sigma_y = -kx; \quad \tau_{xy} = -\frac{k}{\operatorname{tg}^2 \beta} \beta y. \quad (2)$$

Для касательной нагрузки, действующей по закону $\tau = kx$, получаем:

$$\sigma_x = \frac{k}{\operatorname{tg} \beta} \left(-2x + \frac{3}{\operatorname{tg} \beta} y \right); \quad \sigma_y = ky; \quad \tau_{xy} = k \left(-x + \frac{3}{\operatorname{tg} \beta} y \right). \quad (3)$$

Другие выражения для случаев действия на резец сосредоточенной силы и постоянной нормальной нагрузки здесь не приведены.

Анализ выражений (2) и (3) показал, что для случая действия внешней нагрузки по закону $q = kx$ напряжение в резце изменяется в зависимости от y по линейному закону. Для других случаев этот закон с большой точностью справедлив для малых углов β . Ошибка аппроксимации для $\beta = 0,6$ рад не превышает 5 %, поэтому можно использовать линейную аппроксимацию $\sigma_x(x, y)$:

$$\sigma_x(x, y) \approx \sigma_x(x, 0) \left(1 - A \frac{y}{\Delta x} \right), \quad (4)$$

где $\Delta(x)$ – толщина резца в сечении x ;

$\sigma_x(x, 0)$ – напряжение на передней кромке поверхности резца;

$A(x)$ – коэффициент пропорциональности.

Выражение (4) позволяет получить приближенное решение при произвольном изменении внешней нагрузки. Для расчета величин $\sigma_x(x, 0)$ и $A(x)$ при произвольном изменении $q(x)$ и $\tau(x)$ используем условие равновесия

части резца до сечения x . Из условий равенства нулю суммы проекций всех сил на ось x находим

$$\int_0^{\Delta} \sigma_x(x, y) dy + \int \tau(\xi) d\xi = 0,$$

где $\sigma_x(x, y)$ – напряжение в сечении x ;

$\tau(\xi)$ – касательное напряжение на передней поверхности.

Подставляя в это уравнение выражение (4) для $\sigma_x(x, y)$, имеем

$$\sigma_x(x, 0) \Delta \left(1 - \frac{A}{2}\right) = -\int \tau(\xi) d\xi. \quad (5)$$

Из условия равенства нулю суммы моментов относительно точки с координатами $(x, 0)$ следует

$$\int_0^{\Delta} \sigma_0(x, y) y dy + \int_0^x q(\xi) \xi - \xi d\xi = 0. \quad (6)$$

Подставляем выражение (4) для $\sigma_x(x, y)$ в уравнение (6):

$$\sigma_x(x, 0) \Delta^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{A}{3}\right) = -\int q(\xi) \xi - \xi d\xi. \quad (7)$$

Решая систему уравнений (5) и (7) относительно $\sigma_x(x, 0)$ и $A(x)$, получаем

$$\begin{aligned} \sigma_x(x, 0) &= \sigma_1 + \sigma_2; \\ A(x) &= \frac{4\sigma_1 + 3\sigma_2}{2(\sigma_1 + \sigma_2)}, \end{aligned} \quad (8)$$

где σ_1 – напряжение на передней кромке поверхности резца от действия нормальных внешних нагрузок,

$$\sigma_1 = 6 \frac{\int_0^x q(\xi) \xi - \xi d\xi}{\Delta^2}; \quad (9)$$

σ_2 – напряжение под действием касательных внешних нагрузок,

$$\sigma_2 = -4 \frac{\int \tau(\xi) d\xi}{\Delta}. \quad (10)$$

Используя формулы (4) и (8) можно определить напряжение на задней кромке поверхности резца:

$$\sigma_x(x, \Delta) = -\sigma_1 - \frac{1}{2}\sigma_2. \quad (11)$$

Оценим точность формул (8) и (11) для случаев, когда известно точное решение плоской задачи теории упругости:

а) для нормальных нагрузок, изменяющихся по закону $q = kx$ по формуле (8), получим

$$\sigma_x(x, 0) = -\sigma_x(x, \Delta) = \frac{6k \int_0^x \xi - \xi d\xi}{\text{tg}^2 \beta} = \frac{kx}{\text{tg}^2 \beta}.$$

б) для касательных нагрузок, изменяющихся по закону $\tau = kx$ по формуле (8), получим:

$$\sigma_x(x, 0) = -2\sigma_x(x, \Delta) = \frac{4k \int_0^x \xi d\xi}{x \operatorname{tg} \beta} = -\frac{2kx}{\operatorname{tg} \beta}.$$

Выражения (а) и (б) совпадают с результатами точных формул (2) и (3) при $y = 0$.

При совпадении приближенных решений с точными видно, что для всех случаев ошибки действительно малы при малых значениях β , а при распределенных нагрузках они относительно малы (для напряжений по передней кромке поверхности резца не превосходят 30 %, по задней – 50 %), вплоть до $\beta = 1,05$ рад.

Таким образом, формулу (8) можно считать достаточно точной для расчета напряжений в резце при любом законе распределения внешних нагрузок. Для нормальной нагрузки, задаваемой (1), напряжение $\sigma_x(x, 0)$ определяют по формуле

$$\sigma_x(x, 0) = \Delta = \frac{3q_0 \left[1 - \frac{2}{n_q + 1} \left(\frac{x}{h} \right)^{n_q} \right]}{\operatorname{tg}^2 \beta}; \quad (12)$$

для касательной нагрузки, задаваемой (1), – по формуле

$$\sigma_x(x, 0) = \Delta = -\frac{4\tau_0 \left[1 - \frac{1}{n_\tau + 1} \left(\frac{x}{h} \right)^{n_\tau} \right]}{\operatorname{tg} \beta}. \quad (13)$$

Видно, что при таком изменении внешних нагрузок максимальное напряжение достигнуто вблизи режущей кромки резца, а его уменьшение по мере удаления от кромки происходит медленнее, чем для внешней нагрузки.

При действии нормальной нагрузки максимальное растягивающее напряжение отмечено на передней поверхности резца. На эту же поверхность действует внешняя нагрузка, дающая сжимающее напряжение по другому главному направлению. Для анализа условия прочности резца, находящегося под действием такой нагрузки, используем обобщенный критерий прочности Г.С. Писаренко и А.Н. Лебедева [5]. Рассчитаем предельное напряженное состояние в соответствии с этим критерием:

$$\sigma_{\text{экв}} = \chi \sigma_i + \sqrt{\chi^2 \sigma_1^2 A^{1-j}} \leq \sigma_p^{\text{пр}}, \quad (14)$$

где $\chi = \frac{\sigma_p^{\text{пр}}}{\sigma_c^{\text{пр}}}$ (χ обычно изменяется от 0,2 до 0,4);

$\sigma_p^{\text{пр}}$ и $\sigma_c^{\text{пр}}$ – предельные напряжения растяжения и сжатия материала резца;

σ_i – наибольшее главное растягивающее напряжение,

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sigma_1 - \sigma_2 \cos \chi + \sigma_1^2 + \sigma_2^2};$$

σ_2 – вторые главные напряжения:

$$J = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 \cos \chi}{\sigma_i};$$

A – параметр, характеризующий прочностные свойства материала (для материалов, применяющихся при изготовлении резцов, A изменяется от 0,7 до 0,9).

В нашем случае: $\sigma_1 = \sigma(x, 0)$ – растягивающее напряжение, рассчитываемое по формулам (8) и (9); $\sigma_2 = q(x)$ – напряжение от нормальной внешней нагрузки.

На рис. 2 показано изменение отношения $\sigma_{\text{экв}}/\sigma_1$, рассчитанного по формуле (14) в зависимости от $|\sigma_2|/\sigma_1$, для нескольких материалов, у которых χ варьировалось в диапазоне 0,25 ... 0,45, а A – 0,7 ... 0,9. Таким образом, из формулы, предложенной в работе [4], видно, что вплоть до сжимающего напряжения, равного растягивающему напряжению, можно

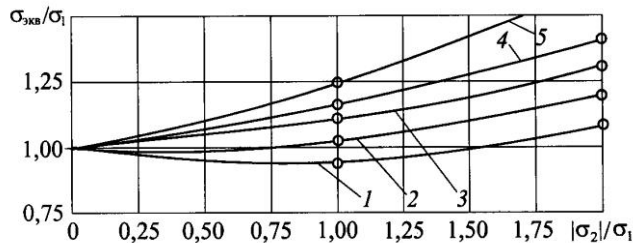


Рис. 2. Зависимость отношения $\sigma_{\text{экв}}/\sigma_1$ от $|\sigma_2|/\sigma_1$ при различных значениях χ и A : 1 – $\chi = 0,25$, $A = 0,7$; 2 – 0,25; 0,8; 3 – 0,25; 0,9; 4 – 0,35; 0,8; 5 – 0,45; 0,8

положить $\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1$, т.е. даже для столь больших значений сжимающего напряжения потеря прочности фактически определяется только значением растягивающего напряжения.

Для случая, когда на переднюю поверхность резца действует только нормальная нагрузка $\frac{q(x)}{\sigma_2} = -q \cos \chi$, $\sigma_1 = \sigma_x(x, 0)$. Если изменение $q(x)$ задать

формулой (1), то $\sigma_x(x, 0)$ приближенно можно рассчитать по формуле (12). При этом максимум отношения $|\sigma_2|/\sigma_1$ будет достигнут на режущей кромке

лезвия и составит $\frac{|\sigma_2|}{\sigma_1} = \frac{\text{tg}^2 \beta}{\beta}$. При $\beta > 1,05$ рад это отношение больше единицы. Так как угол заострения резца обычно не превосходит 1,05 рад, то для

расчета прочности на его передней поверхности можно положить $\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1$.

При действии на переднюю поверхность резца нормальной внешней нагрузки максимальное сжимающее напряжение достигается на его задней поверхности, при этом

$$\sigma_{\text{эКВ}} = \chi |\sigma_2| = \chi \sigma_x \cos \beta = \chi \sigma_x \cos \beta$$

Как видно из этого выражения, $\sigma_{\text{эКВ}}$ на задней поверхности резца может превосходить $\sigma_{\text{эКВ}}$ на передней поверхности лишь при $\cos \beta < \frac{1}{\chi}$; если $\chi = 0,25$, это выполняется только при $\beta > 1,31$ рад.

Выводы

1. Для прочности резца при действии на его переднюю кромку поверхность нормальной внешней нагрузки предельной величиной является растягивающее напряжение на передней поверхности, получаемое по формуле (9), для степенного закона изменения внешней нагрузки – по формуле (12).

2. В реальных условиях на переднюю кромку резца, кроме нормальной, действует и касательная нагрузка, при этом действует нагрузка на заднюю поверхность резца. Пользуясь принципом суперпозиции, по формулам (8) – (11) можно найти напряжения на обоих краях резца при произвольных внешних нагрузках, действующих на обе поверхности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Киселев, В.А. Плоская задача теории упругости [Текст]/ В.А. Киселев. – М.: Высш. шк., 1976. – 150 с.
2. Лоладзе, Т.Н. Прочность и износостойкость режущего инструмента [Текст]/ Т.Н. Лоладзе. – М.: Машиностроение, 1982. – 315 с.
3. Моисеев, А.В. Износостойкость дереворежущего инструмента [Текст]/ А.В. Моисеев. – М.: Лесн. пром-сть, 1981. – 111 с.
4. Остафьев, В.А. Расчет динамической прочности режущего инструмента [Текст]/ В.А. Остафьев. – М.: Машиностроение, 1979. – 168 с.
5. Писеренко, Г.С. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии [Текст]/ Г.С. Писеренко, А.А. Лебедев. – К.: Наук. думка, 1976. – 415 с.

V.I. Konyashkin

Stressed State of Cutting Tool

Formulae are derived allowing to determine stress on both cutter surfaces under arbitrary external loads.