

УДК 674.038.15:620.172.22

В.Н. Глухих

Глухих Владимир Николаевич родился в 1944 г., окончил в 1967 г. Сибирский технологический институт, кандидат технических наук, доцент кафедры теории механизмов, деталей машин и подъемно-транспортных устройств С.-Петербургской государственной лесотехнической академии. Имеет около 100 печатных работ в области сушки и механики древесины с учетом анизотропии ее свойств.



УПРУГАЯ ДЕФОРМАТИВНОСТЬ ДРЕВЕСИНЫ ПОПЕРЕК ВОЛОКОН

Доказано существование минимума при изменении модуля упругости от радиального к тангенциальному направлению; предложено наибольшую деформативность посередине пласти доски использовать как критерий оптимизации при составлении схем раскроя бревен на пиломатериалы.

Ключевые слова: упругая деформативность, модуль упругости, упругие постоянные, коэффициент усушки, усушка, главные направления анизотропии, параметр оптимизации, качество сушки, доски радиальные, тангенциальные, полурадиальные.

Упругая деформативность древесины характеризуется обратной модулю упругости величиной и изменяется в зависимости от угла наклона годичного слоя к пласти доски.

Для хвойных и лиственных пород деформативность поперек волокон очень велика, но характер изменения упругих постоянных по сечению примерно одинаковый. Это проанализировано в работах Е.К. Ашкенази [1, 2], А.Н. Митинского [9], Н.Л. Леонтьева [7], С.Г. Лехницкого [8] и др. Использование полученных в работах [1, 8, 9] формул для вычисления постоянных упругости затруднено из-за применения ряда экспериментально определяемых величин. К этим величинам относят коэффициенты поперечной деформации, модули сдвига и упругости.

Получение модуля упругости E_{xy}^{45} теоретическим путем значительно упростило бы задачу исследования деформативности древесины поперек волокон.

Б.Н. Уголев [10] отмечает, что усушку древесины необходимо рассматривать как результат деформирования ячеистой конструкции. При этом упругая анизотропия такой конструкции приобретает большое значение. Наибольшая усушка должна быть в направлении наименьшей жесткости системы и наоборот – наименьшая усушка будет иметь место в направлении наибольшей жесткости. Следовательно, если тангенциальная усушка больше радиальной, то модули упругости по этим направлениям должны находиться в обратном соотношении. Это соотношение получено в работе [4]. Предполагается, что оно справедливо не только для главных направлений анизотропии, но и для любых направлений поперек волокон:

$$K_r E_r = K_t E_t = K_x E_x, \quad (1)$$

где K_r , K_t и E_r , E_t – коэффициенты усушки и модули упругости в главных направлениях анизотропии.

Учитывая известную формулу для коэффициента усушки [6]:

$$K_x = K_t \sin^2 \theta + K_r \cos^2 \theta, \quad (2)$$

а также то обстоятельство, что при линейном деформировании древесины поперек волокон возникает угловая деформация и при сдвиге, кроме угловой деформации, появляется линейная [1], несложно получить:

$$K_x = K_t \sin^2 \theta + K_r \cos^2 \theta - \frac{K_r - K_t}{2} \sin 2\theta. \quad (3)$$

Тогда из (1) запишем

$$E_x = E_t \frac{K_t}{K_x}. \quad (4)$$

Из (4) с учетом (3) вычислим

$$E_{xy}^{45} = E_t. \quad (5)$$

Таким образом, при угле наклона годичного слоя 45° модуль упругости в направлении оси X равен модулю упругости в тангенциальном направлении.

В формуле для модуля упругости [1, 8]

$$\frac{1}{E_x} = \frac{\cos^4 \theta}{E_r} + \frac{\sin^4 \theta}{E_t} + \left(\frac{4}{E_{xy}^{45}} - \frac{1}{E_r} - \frac{1}{E_t} \right) \cos^2 \theta \sin^2 \theta$$

заменим E_{xy}^{45} из (5) и получим:

$$\frac{1}{E_x} = \frac{\cos^4 \theta}{E_r} + \frac{\sin^4 \theta}{E_t} + \frac{3 - \alpha^2}{E_t} \sin^2 \theta \cos^2 \theta, \quad (6)$$

где $\alpha^2 = E_t/E_r$.

Таким образом, в формуле с коэффициентом Пуассона и модулем сдвига [1, 8]

$$\frac{1}{E_x} = \frac{\cos^4 \theta}{E_r} + \frac{\sin^4 \theta}{E_t} + \left(\frac{1}{G_{rt}} - \frac{2\mu}{E_r} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta.$$

Круглая скобка может быть заменена:

$$\frac{1}{G_{rt}} - \frac{2\mu_{rt}}{E_r} = \frac{3 - \alpha^2}{E_t} \quad (7)$$

или

$$E_t \left(\frac{1}{G_{rt}} - \frac{2\mu_{rt}}{E_r} \right) = 3 - \alpha^2. \quad (8)$$

Точно такое же соотношение (8) получено при решении дифференциального уравнения [5], что лишний раз подтверждает правильность уравнений (1), (3).

Функция модуля упругости E_x из (6) приобретает экстремальные значения при $\theta = 0$, $\theta = 90^\circ$, $\theta = 60^\circ$. При этом последнее значение есть минимум модуля упругости E_x^{\min} (рис. 1):

$$E_x^{\min} = \frac{8E_t}{9 - \alpha^2}. \quad (9)$$

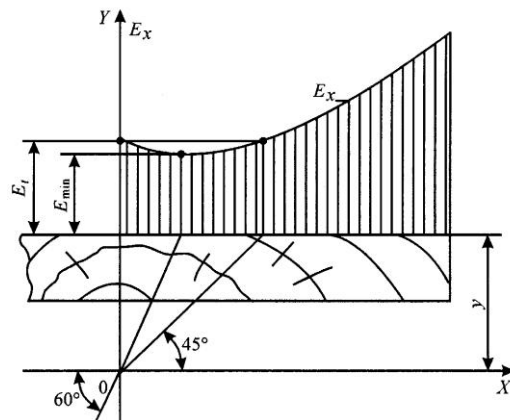
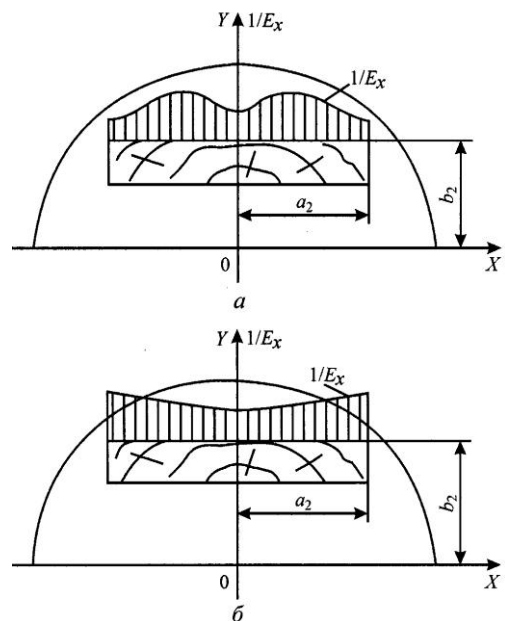


Рис. 1. Изменение модуля упругости по ширине пласти доски

Рис. 2. Деформативность по ширине пласти досок промежуточного расположения (а) и тангенциальных (б)



Для исследования деформативности пиломатериалов прямоугольных сечений удобнее использовать функцию (6) в декартовых координатах:

$$\frac{1}{E_x} = \frac{\alpha^2 x^4 + (3 - \alpha^2)x^2 y^2 + y^4}{E_t(x^2 + y^2)^2}. \quad (10)$$

Анализ результатов расчетов по формуле (10) показал, что у досок с осью симметрии сечения, совпадающей с осью Y , наименьшая деформативность имеет место в середине пласти (рис. 2). От середины к краям пласти деформативность возрастает, достигает наибольшего значения и затем снижается, стремясь в пределе к обратной величине модуля упругости в радиальном направлении. Учитывая, что в середине пласти возникают наибольшие напряжения (при сушке, механических воздействиях в результате предотвращения поперечного коробления, действию прижимных вальцов в станке на доски с поперечным короблением и т.д.), существует реальная опасность появления в этих местах трещин.

Деформативность радиальных досок по ширине пласти изменяется незаметно, исключая узкую локальную область, прилегающую к оси Y . Это же относится и к тангенциальным доскам (рис. 3).

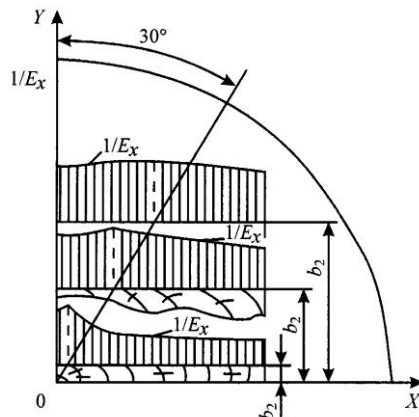
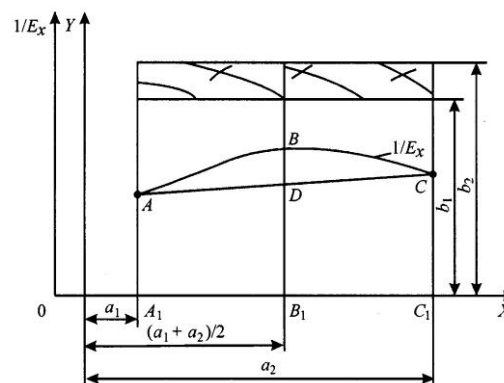


Рис. 3. Расположение точки максимума на кривой деформативности с удалениями доски от центра бревна

Рис.4. Кривая деформативности пласти полурадиальной доски



По пласти полурадиальных досок деформативность варьирует от наименьших значений по краям до максимальных в середине. Именно это, а также несколько более высокая прочность на растяжение в радиальном направлении по сравнению с тангенциальным, обеспечивает отсутствие пластевых трещин при высушивании.

Поэтому для пиломатериалов, предназначенных к высушиванию, при составлении плана раскроя бревен необходимо учесть, что наибольшая деформативность будет в средней части пласти доски. Кривая деформативности должна быть обращена своей выпуклостью вверх (рис. 4) при соблюдении условия $BD > 0$. Этот отрезок можно вычислить как разность между значением деформативности в середине пласти и ординатой т. D, являю-

щейся полусуммой значений деформативности на кромках доски. Тогда с учетом (10) после преобразований получим

$$\frac{\alpha^2(a_1 + a_2)^4 + 4(3 - \alpha^2)(a_1 + a_2)^2 b_2^2 + 16b_2^4}{[(a_1 + a_2)^2 + 4b_2^2]^2} - \frac{\alpha^2 a_1^4 + (3 - \alpha^2)a_1^2 b_2^2 + b_2^4}{2(a_1^2 + b_2^2)^2} - \frac{\alpha^2 a_2^4 + (3 - \alpha^2)a_2^2 b_2^2 + b_2^4}{2(a_2^2 + b_2^2)^2} \geq 0. \quad (11)$$

В выражении (11) постоянные упругости напрямую не участвуют, а присутствует их относительная величина $\alpha^2 = E_t/E_r$. Учитывая, что это отношение для большинства пород древесины примерно одинаковое и составляет около 0,5, можно с некоторым допущением считать, что формула (11) вполне пригодна для определения оптимальных параметров пиломатериалов всех пород. За параметр оптимизации при этом принята наибольшая деформативность в средней зоне пласти доски.

Принимая $\alpha^2 = 0,5$, из (11) получим:

$$\frac{(a_1 + a_2)^4 + 20b_2^2(a_1 + a_2)^2 + 32b_2^4}{[(a_1 + a_2)^2 + 4b_2^2]^2} - \frac{a_1^4 + 5a_1^2 b_2^2 + 2b_2^4}{2(a_1^2 + b_2^2)^2} - \frac{a_2^4 + 5a_2^2 b_2^2 + 2b_2^4}{2(a_2^2 + b_2^2)^2} \geq 0. \quad (12)$$

При $a_1 = 0$ будем иметь:

$$\frac{a_2^4 + 20b_2^2 a_2^2 + 32b_2^4}{(a_2^2 + 4b_2^2)^2} - \frac{a_2^4 + 5a_2^2 b_2^2 + 2b_2^4}{2(a_2^2 + b_2^2)^2} \geq 1. \quad (13)$$

Зависимости (12) и (13) могут быть проанализированы с помощью ЭВМ в целях получения однозначного вывода – соответствует или не соответствует конкретная схема распиловки бревна критерию оптимизации по деформативности.

Пример 1. Соответствует ли критерию оптимизации доска толщиной 40 мм и шириной 150 мм, выпиленная из бревна с брусовкой на 2 бруса. Расстояние до наружной пласти доски 170 мм ($a_1 = 0$; $a_2 = 150$ мм; $b_2 = 170$ мм):

$$\frac{150^4 + 20 \cdot 170^2 \cdot 150^2 + 32 \cdot 170^4}{(150^2 + 4 \cdot 170^2)^2} - \frac{150^4 + 5 \cdot 150^2 \cdot 170^2 + 2 \cdot 170^4}{2(150^2 + 170^2)^2} = 1,0826.$$

Соотношение (13) выполняется, т.е. $1,0826 > 1$, следовательно, доска соответствует критерию оптимизации по деформативности.

Пример 2. Проверить по критерию деформативности крайние брусковые сосновые доски, полученные распиловкой на один брус при следующих данных: $|a_1| = a_2 = 75$ мм; толщина досок 32 мм. Доски будут высушены до влажности 11 ... 13 %.

Согласно ГОСТ 6782.1–75 припуск на усушку составит 1,4 мм. Ширина пропила 2,6 мм. Расстояние до наружной пласти крайней доски

$$b_2 = \frac{32}{2} + 2 \cdot 2,6 + 2 \cdot 32 + \frac{1,4}{2} + 2 \cdot 1,4 = 88,7 \text{ мм.}$$

Проверим по критерию деформативности:

$$1 - \frac{0,5 \cdot 75^4 + (3 - 0,5)75^2 \cdot 88,7^2 + 88,7^4}{(75^2 + 88,7^2)^2} = -0,0346 < 0.$$

Следовательно, по деформативности эти доски не проходят. При сушке наиболее вероятно снижение их качества из-за пластевых трещин и остаточных напряжений.

Выводы

1. При переходе от радиального направления к тангенциальному модуль упругости E_x принимает минимальное значение при угле наклона годичного кольца к пласти доски 30° . При значении этого угла 45° модуль упругости E_x равен модулю упругости в тангенциальном направлении.

2. Изложенная методика определения наибольшей деформативности досок поперек волокон позволит проанализировать любую схему раскроя бревна по этому критерию.

3. Полученные результаты могут быть использованы уже на стадии составления схемы раскроя бревна при планировании качества сушки пиломатериалов по остаточным напряжениям и пластевым трещинам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ашкенази, Е.К. Анизотропия древесины и древесных материалов [Текст] / Е.К. Ашкенази – М.: Лесн. пром-сть, 1978. – 223 с.
2. Ашкенази, Е.К. Анизотропия конструкционных материалов [Текст]: справ. / Е.К. Ашкенази, Э.В. Ганов. – М.: Машиностроение, 1980. – 247 с.
3. Глухих, В.Н. Применение полиномов к решению задач для цилиндрически анизотропного тела [Текст] / В.Н. Глухих // Технология и оборудование деревообрабатывающих производств: межвуз. сб. науч. тр. – СПб.: ЛТА, 2001. – С. 126–131.
4. Глухих, В.Н. О возможной взаимосвязи постоянных упругости и коэффициентов усушки древесины [Текст] / В.Н. Глухих // Технология и оборудование деревообрабатывающих производств: межвуз. сб. науч. тр. – СПб.: ЛТА, 2002. – С. 124–128.
5. Глухих, В.Н. О соотношении постоянных упругости древесины как цилиндрически анизотропного тела [Текст] / В.Н. Глухих // Технология и оборудование деревообрабатывающих производств: межвуз. сб. науч. тр. – СПб.: ЛТА, 2003. – С. 162–166.
6. Куликов, Н.П. Усушка древесины в зависимости от направления относительно главных осей [Текст] / Н.П. Куликов // Тр. ЛТА. – 1938. – № 51.
7. Леонтьев, Н.Л. Упругие деформации древесины [Текст] / Н.Л. Леонтьев. – М.; Л.: ГЛБИ, 1952. – 117 с.
8. Лехницкий, С.Г. Теория упругости анизотропного тела [Текст] / С.Г. Лехницкий. – М.: Наука, 1977. – 415 с.

9. Митинский, А.Н. Упругие постоянные древесины как ортотропного материала [Текст]: / А.Н. Митинский // Тр. ЛТА. – 1958. – № 63. – С. 22–54.

10. Уголев, Б.Н. Деформативность древесины и напряжения при сушке [Текст] / Б.Н. Уголев. – М.: Лесн. пром-сть, 1977. – С. 174.

С.-Петербургская государственная
лесотехническая академия

Поступила 29.05.06

V.N. Glukhikh

Elastic Deformability of Wood across Grain

The existence of minimum under elasticity coefficient change from radical to tangential direction is proved. It is offered to use the highest deformability in the middle of a plank face as an optimization criterion in planning log cutting into sawn timber.