МЕХАНИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ДРЕВЕСИНЫ И ДРЕВЕСИНОВЕДЕНИЕ

УДК 674

А.С. Торопов, А.П. Домрачев

Торопов Александр Степанович родился в 1950 г., окончил в 1973 г. Марийский политехнический институт, доктор, профессор, заведующий кафедрой деревообрабатывающих производств Марийского государственного технического университета, заслуженный деятель науки республики Марий Эл. Имеет около 150 печатных работ в области интенсификации процессов распиловки пиломатериалов.

Домрачев Александр Павлович родился в 1953 г., окончил в 1979 г. Марийский государственный университет, старший преподаватель кафедры информатики Марийского государственного технического университета. Имеет около 30 печатных работ в области решения многокритериальных задач, моделирования и оптимизации процессов деревообработки.

ОБОСНОВАНИЕ МЕСТ И ЧИСЛА ЗАМЕРОВ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРЕДМЕТА ТРУДА В ДЕРЕВООБРАБАТЫВАЮЩИХ ПРОИЗВОДСТВАХ

Предложен новый вид образующей хлыста, дано обоснование мест и числа замеров для определения неизвестных параметров образующей. Адекватность предлагаемой модели проверена статистическими методами.

предмет труда, моделирование, хлыст, образующая, замер, диаметр хлыста, функция регрессии, адекватность.

При проектировании систем оптимального раскроя исходного сырья и заготовок, а также при решении задач прогнозирования выхода продукции деревообработки важную роль играют математические модели предмета труда. Адекватность моделей реальным объектам во многом предопределяет качество раскройных алгоритмов и, в конечном итоге, оптимальность самого раскроя. Объект можно описать аналитически или таблично, задав координаты точек на его поверхности. При втором способе можно использовать сплайн-функции, но получение исходного набора точек довольно трудоемко.

Цель нашей работы – создать математическую модель образующей хлыста, адекватную реальным объектам.

При разработке будем учитывать следующие требования к модели:

должна допускать варьирование небольшим числом переменных и в то же время быть полезной на практике;

должна ориентироваться на реализацию с помощью существующих технических средств;

должна обеспечивать получение полезной информации об объекте в плане поставленной задачи.

Исследование вида образующей хлыста проводили на основе паспортных данных хлыстов, содержащих сведения о значениях диаметров.

Объектами исследований являлись хлысты, представляющие собой первичный продукт лесозаготовок. Порода древесины – береза. Объем выборки – 35. Диаметры хлыстов измеряли, начиная с комлевого конца к вершине с шагом 2 м. Первый замер выполняли на расстоянии 1 м от комля. По результатам замеров комлевые и вершинные диаметры варьировались соответственно в диапазонах 0,2 … 0,45 м и 0,05 … 0,153 м, длины хлыстов – от 19 до 25 м.

Для описания формы хлыста исследователями [1] предложены различные аналитические зависимости вида образующей, которые имеют преимущества и недостатки. Поэтому при выборе функции будем руководствоваться соображениями минимального числа замеров для получения исходных данных и адекватностью описания формы хлыста.

Наиболее часто для описания образующей хлыста используют степенную и экспоненциальную функции или их суперпозицию. Нами для сравнительного анализа выбраны следующие функции:

естественного роста (аллометрическая) [4]

$$Y = d_0 - aL^b; \qquad (1)$$

степенная для $M = 2, 3$ и 4 [3]

$$Y = A_0 + \sum_{i=1}^{M} A_i X^i; \qquad (2)$$

биотехнического закона [2] для $a_4 = 1$

$$Y = a_2 X^{a_2} e^{a_3 x^{a_4}}, \qquad (3)$$

где d_k, d_b, d_1, d_L – диаметры хлыста в комле, вершине, на расстоянии 1 м и L метров от комля.

Значения неизвестных параметров для (1)–(3) можно вычислить, решая соответствующие системы уравнений.

Если замеры диаметров хлыста выполнены на расстоянии 1 м и L метров от комля, то параметры a и b зависимости (1) можно вычислить по формулам

$$b = \frac{\ln(d_1 - d_L)/(d_1 - d_L)}{\ln L};$$

$$a = (d_1 - d_L)/L^b. \qquad (4)$$

При тех же условиях проведения замеров получены формулы для параметров a_3, a_2 и a_1 биотехнического закона (3):

$$a_3 = \frac{\ln l \ln(d_L/d_l) - \ln L \ln(d_l/d_1)}{(l-1)\ln L - (L-1)\ln l};$$

$$a_2 = \frac{\ln(d_L/d_1) - a_3(L-1)}{\ln L}; \quad (5)$$

$$a_1 = d_1 e^{a_3}.$$

Для определения коэффициентов зависимости (2) использовали итерационный метод Зейделя.

В качестве критерия оценки точности приближения для описания вида образующей хлыста предложена сумма квадратов отклонений вида

$$e = \sum_{i=1}^{n} [Y_i - Y(x_i)]^2, \quad (6)$$

где n – число замеров диаметра по длине хлыста;

Y_i – фактическое значение диаметра хлыста на расстоянии x_i от комля;

$Y(x_i)$ – значение диаметра хлыста, вычисленное по формуле, описывающей образующую.

Для решения вопроса о местах замера диаметров хлыста используем полученные ранее формулы для вычисления неизвестных параметров зависимостей (4), (5) и критерий оценки точности приближения вида (6).

Для определения мест замеров диаметров хлыста вдоль образующей предложен алгоритм по критерию минимума суммы квадратов отклонений.

1. Пусть n – число точек замеров диаметра хлыста по его длине ($n \geq 3$);

   d_i – значение диаметра хлыста для i-го замера;

   l_i – расстояние от комля до i-го замера;

   $Y(l_i)$ – значение диаметра хлыста, вычисленное по аналитической зависимости.

2. Начальное значение суммы квадратов отклонений $e_{\min} = 10\,000$.
3. Номер второго замера $i = 2$.
4. Номер третьего замера $j = i + 1$.
5. По формулам (4) вычислить значение неизвестных параметров для аллометрической зависимости; по формулам (5) – для биотехнического закона; с помощью метода Зейделя – для систем линейных уравнений (2).
6. Вычислить значение e по формуле (6).
7. Если $e < e_{\min}$, то $e = e_{\min}$; $i_{\min} = i$; $j_{\min} = j$.
8. $j = j + 1$.
9. Если $j \leq n$, то идти на шаг 5.
10. $i = i + 1$.
11. Если $i \leq n - 1$, то идти на шаг 4.
12. Вывести лучшие места замеров $i_{\min}$, $j_{\min}$.
13. Конец.

Сравнение результатов вычислений для выбранных зависимостей показало, что одинаково хорошо, по сравнению с другими функциями, форму образующей хлыста описывают парабола и аллометрическая функция (1). Отклонение фактических значений диаметров от теоретических показывает, что в комлевой и вершинной частях хлыста имеются наибольшие расхождения между этими показателями. Для уменьшения этого расхождения предложено использовать функцию вида

$$d = a_0 + a_1 l + a_2 l^{a_3}, \tag{7}$$

которую назовем функцией роста диаметра ствола.

Заметим, что при $a_3 = 2$ получена степенная функция второго порядка, при $a_1 = 0$ и $a_0 = d_b$ – аллометрическая зависимость.

Для определения значений параметров a_0, a_1, a_2 и a_3 составим систему из четырех нелинейных уравнений и преобразуем ее к виду, удобному для применения метода итераций:

$$a_0 = d_l - a_1 - a_2;$$

$$a_1 = (d_2 - a_0 - a_{2 l_2^{a_3}}) / l_2;$$

$$a_2 = (d_3 - a_0 - a_{1 l_3}) / l_3^{a_3};$$

$$a_3 = (\ln(d_4 - a_0 - a_{1 l_4}) - \ln(a_2)) / \ln(l_4).$$

При определении мест проведения замеров, обеспечивающих лучшее приближение по критерию (6), придерживались следующих правил: место первого замера на расстоянии 1 м от комлевого конца хлыста, место последнего – в вершине хлыста; место второго замера варьировали от 2 до n – 2, место третьего замера – от 3 до n – 1, но не меньше второго замера.

Результаты вычислений представлены в таблице. Из нее видно, что для данной группы хлыстов лучшая точка второго замера находится в средней части хлыста, а лучшая точка третьего замера – в середине второй половины хлыста. Предварительные расчеты показали, что четвертая точка замера должна быть в вершинном конце хлыста.

Ввиду того, что форма каждого хлыста индивидуальна и при выполнении замеров могут появиться погрешности измерений диаметров хлыста, связанные с особенностями места замеров, то величины диаметров можно рассматривать как случайные. Вследствие этого для дальнейших исследований был привлечен аппарат статистического анализа.

Адекватность математической модели (7) проверена для указанной выше группы хлыстов. Для этого получена количественная оценка результатов эксперимента в целом. Такой оценкой является дисперсия воспроизводимости, и задача состоит в проверке гипотезы о равенстве генеральных дисперсий. Для решения данной задачи все хлысты были разбиты на 7 групп по 5 хлыстов в каждой группе.

Как видно из таблицы, данные для хлыста номер 2 не попали в лучшие точки замера, можно его считать «наихудшим». Поэтому оценку генеральных дисперсий производили для данного замера.

Номер замера	Число лучших точек замеров	
	вторых	третьих
2	0	0
3	5	0
4	9	0
5	11	1
6	7	7
7	3	4
8	0	15
9	0	4
10	0	4

Для проверки гипотезы об однородности оценок дисперсий использовали критерий Кохрэна. По таблице G-распределения Кохрэна при уровне значимости q = 0,05 определено G_{kr} = 0,4307. Расчетное значение $G_{расч}$ = 0,1367.

Из условия $G_{расч} < G_{kr}$, сделан вывод о том, что гипотеза об однородности выборок отвечает результатам наблюдений.

Проверка адекватности регрессионной модели (7) выполнена также для второго замера.

Для этого сначала рассчитывали сумму квадратов, характеризующую адекватность модели:

$$S_{ад} = m\sum_{j=1}^{m}(Y'_j - Y''_j)^2,$$

где m – число хлыстов в группе;

Yj' – среднее значение результатов эксперимента в j-й группе;

Yj'' – значение диаметра хлыста, рассчитанное для j-й группы.

Дисперсию адекватности рассчитывали по формуле

$$S^2_{ад} = S_{ад} / V_{ад} = 0{,}002086,$$

где $V_{ад}$ – число степеней свободы.

Однородность дисперсии адекватности проверяли с помощью критерия Фишера F:

$$S_{расч} = mS^2_{ад} / S^2_{вос} = 1{,}18 .$$

Для выбранного уровня значимости q = 0,05 и при числе степеней свободы в числителе $V_{ад} = 5$ и в знаменателе $V_{вос} = 28$ находили табличное значение $F_{таб}$ = 2,56. Модель можно считать адекватной, так как выполняется условие $F_{расч} < F_{таб}$.

Затем проводили оценку значимости коэффициентов регрессии. В качестве показателя точности описания коэффициентов регрессии брали их дисперсии. Дисперсии вычисляли для тех же групп, для которых проверяли гипотезу об однородности оценок дисперсий.

Заметим, что коэффициент a_0 является константой, его значение почти совпадает со значением диаметра в комле. Данная величина не влияет на изменение диаметра при изменении длины хлыста.

Расчеты показали, что коэффициент a_0 незначим, а коэффициенты a_1, a_2, a_3 – значимы. Из незначимости коэффициента a_0 можно сделать вывод об отсутствии зависимости между d и a_0. Относительно других коэффициентов можно сделать вывод об их значимости по t-критерию Стьюдента.

На основе проведенных выше исследований разработаны модели, описывающие сортименты, пиломатериалы и заготовки. Это позволило разработать имитационные алгоритмы раскроя хлыстов, сортиментов и пиломатериалов.

Предложенные модели и раскройные алгоритмы используются при решении задач планирования раскроя, получения наилучших по выбранному критерию оптимальности вариантов раскроя предмета труда, прогнозирования выхода продукции деревообработки. Для решения перечисленных выше задач разработана компьютерная система «Технолог» [5].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кузьмичев В.В.* Закономерности роста древостоев. – Новосибирск: Наука, 1977. – 160 с.

2. *Мазуркин П.М.* Биотехническое проектирование (справочно-методическое пособие). – Йошкар-Ола: МарПИ, 1994. – 348 с.

3. *Петровский В.С.* Автоматическая оптимизация раскроя древесных стволов. –М.: Лесн. пром-сть, 1970. – 183 с.

4. *Торопов А.С.* Аллометрический метод исследований // Тр. МарГТУ: Материалы науч. конф. профессорско-преподавательского состава, докторантов, аспирантов, сотрудников МарГТУ. – Йошкар-Ола: МарГТУ, 1996. Часть 2. – С. 150–154.

5. *Торопов А.С., Домрачев А.П.* Оптимальный раскрой и прогнозирование выхода продукции деревообрабатывающих производств: Учеб. пособие. – Йошкар-Ола: МарГТУ, 2001. – 112 с.

A.S. Toropov, A.P. Domrachev

Substantiation of Places and Number of Measurements when Modelling Products in Woodworking Industry

A new type of tree length generatrix has been proposed, places and number of measurements have been substantiated for determining unknown parameters of generatrix. The adequacy of the introduced model has been proved by statistical methods.