

УДК 621.311

**С.П. Агеев**

Агеев Сергей Петрович родился в 1957 г., окончил в 1979 г. Архангельский лесотехнический институт, кандидат технических наук, доцент кафедры электротехники Архангельского государственного технического университета. Имеет более 40 научных работ в области электроснабжения промышленных предприятий.



### **МОДЕЛИРОВАНИЕ ГРУППОВЫХ ГРАФИКОВ НАГРУЗКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ ЛЕСОПИЛЬНОГО ЦЕХА**

Предложен общий метод моделирования групповых графиков активной мощности электроприемников лесопильного производства.

моделирование, вероятность, случайные числа, электрическая сеть, лесопильная рама, активная мощность, график нагрузки.

При решении ряда технико-экономических задач проектирования электрических сетей промышленных предприятий возникает необходимость в экспериментальных исследованиях влияния электрических нагрузок на соответствующие элементы сетей.

Известно [5], что в установившемся режиме работы промышленного предприятия групповые графики нагрузки электрических сетей представляют собой стационарные случайные процессы, методы моделирования которых достаточно разработаны. Однако применение этих методов требует задания индивидуальных графиков нагрузки, в то время как для многих электроприемников известны лишь некоторые показатели графиков. В настоящей работе для электроприемников лесопильного производства предлагается общий метод моделирования групповых графиков нагрузки, применение которого иллюстрируется практическим примером.

#### *Сущность метода моделирования*

В настоящей работе, как и в двух предыдущих [1, 2], электрическая сеть лесопильного цеха представлена как замкнутая система массового обслуживания, процессы в которой протекают по типу «гибели и размножения». В дальнейшем для определенности рассматривают групповые графики  $P(t)$  активной мощности электродвигателей лесопильных рам, но полученные выводы справедливы для графиков реактивной мощности и приближенно – для графиков тока. В работе [1] показано, что индивидуальные графики активной мощности указанных приемников представляют собой по-

следовательности прямоугольных импульсов разной высоты и длительности, причем для лесопильных рам известны средние значения параметров  $\lambda$  и  $\mu$ , характеризующих их работу.

Сущность предлагаемого моделирующего алгоритма состоит в следующем. Некоторому случайным образом заданному начальному числу наложившихся рабочих периодов  $m$  на индивидуальных графиках работы лесопильных рам ставится в соответствие случайное значение  $P_m$  суммарного графика активной мощности. Это значение сохраняется в течение интервала времени, длительность которого  $T_m$  формируется как случайная величина с известным законом распределения  $f_m(t)$ . По истечении этого времени система массового обслуживания переходит в состояние  $m + 1$  с вероятностью  $E_{m,m+1}$ , что означает совпадение во времени рабочих периодов  $m+1$  лесопильных рам, либо в состояние  $m - 1$  с вероятностью  $E_{m,m-1}$ , которое соответствует переходу какой-либо лесопильной рамы в режим холостого хода. Далее реализация алгоритма осуществляется по уже описанной выше процедуре.

Таким образом, для моделирования групповых графиков активной мощности электродвигателей лесопильных рам необходимо знать условные вероятности перехода одной из работающих лесопильных рам в режим холостого хода и распиловки очередного бревна, а также вероятностное распределение длительностей значения  $P_m$  мощности, отвечающего заданному количеству  $m$  совместившихся периодов распиловки  $n$  работающих лесопильных рам.

#### Определение исходных данных

1. Средняя длительность  $\bar{T}_m$  ступени группового графика значением  $P_m$  определяется по выражению

$$\bar{T}_m = \frac{1}{m\mu + \lambda(n-m)}. \quad (1)$$

2. Вероятность значения  $P_m$  активной мощности в установившемся режиме работы определяется по формуле

$$E_m = \frac{(\lambda/\mu)^m C_n^m}{\left(1 + \frac{\lambda}{\mu}\right)^n}. \quad (2)$$

3. Длительность  $T_m$  значения активной мощности  $P_m$  группового графика имеет показательное распределение, плотность которого

$$f_m(t) = [m\mu + \lambda(n-m)] e^{-[m\mu + \lambda(n-m)]t}. \quad (3)$$

Вывод формул (1) – (3) изложен в работе [2].

4. Условные вероятности  $E_{m,m+1}$  перехода какой-либо лесопильной рамы в режим распиловки или холостого хода  $E_{m,m-1}$  при наличии  $m$  уже работающих лесопильных рам определяются по формулам

$$E_{m,m+1} = \frac{\lambda(n-m)}{m\mu + \lambda(n-m)}; \quad E_{m,m-1} = \frac{m\mu}{m\mu + \lambda(n-m)}. \quad (4)$$

Для нахождения этих вероятностей рассмотрим следующий граф состояний системы массового обслуживания (СМО), который получен с учетом того, что состояния  $m-1$  и  $m+1$  являются поглощающими (рис. 1):

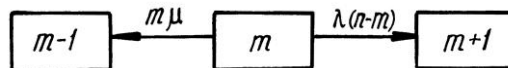


Рис. 1. Граф состояний системы с двумя поглощающими состояниями

Для этого графика находим предельные вероятности состояний  $E_{m,m-1}$  и  $E_{m,m+1}$ . Так как при  $t \rightarrow \infty$  СМО попадает либо в состояние  $E_{m,m-1}$ , либо в  $E_{m,m+1}$ , то

$$E_{m,m-1} + E_{m,m+1} = 1.$$

Для нахождения этих вероятностей составляем систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dE_{m,m-1}(t)}{dt} &= m\mu E_m(t); \\ \frac{dE_m(t)}{dt} &= -[m\mu + \lambda(n-m)]E_m(t); \\ \frac{dE_{m,m+1}}{dt} &= \lambda(n-m)E_m(t). \end{aligned} \quad (5)$$

От системы дифференциальных уравнений переходим к системе алгебраических уравнений для изображений по Лапласу:

$$\begin{aligned} pE_{m,m-1}(p) &= m\mu E_m(p) + E_{m,m-1}(0); \\ pE_m(p) &= -[m\mu + \lambda(n-m)]E_m(p) + E_m(0); \\ pE_{m,m+1}(p) &= \lambda(n-m)E_m(p) + E_{m,m+1}(0), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $p$  – комплексная переменная.

Так как в начальный момент времени  $t = 0$  система массового обслуживания находится в состоянии  $m$ , то решать систему уравнений (6) необходимо при начальных условиях

$$E_{m,m-1}(0) = E_{m,m+1}(0) = 0; \quad E_m(0) = 1.$$

Тогда получим следующие выражения для изображений:

$$\begin{aligned} pE_{m,m-1}(p) &= m\mu E_m(p); \\ E_m(p) &= \frac{1}{m\mu + \lambda(n-m)}; \end{aligned} \quad (7)$$

$$pE_{m,m+1}(p) = \lambda(n - m)E_m(p).$$

Согласно теореме о конечном значении оригинала [3] имеем:

$$E_{m,m-1} = \lim_{t \rightarrow \infty} E_{m,m-1}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pE_{m,m-1}(p) = \frac{m\mu}{m\mu + \lambda(n - m)}; \quad (8)$$

$$E_{m,m+1} = \lim_{t \rightarrow \infty} E_{m,m+1}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pE_{m,m+1}(p) = \frac{\lambda(n - m)}{m\mu + \lambda(n - m)}.$$

Очевидно, что  $E_{m,m+1} + E_{m,m-1} = 1$ .

#### Пример моделирования группового графика

Построим реализацию группового графика  $P(t)$  активной мощности за время  $T = 600$  с от восьми лесопильных рам типа 2Р100-1 четырех поточных линий, установленных в лесопильном цехе. Поточные линии осуществляют распиловку бревен с брусковкой. Исходные данные для решения примера и средние значения параметров  $\lambda$  и  $\mu$  для этих лесопильных рам взяты из [2]:

$$\lambda = 3,00 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}; \quad \mu = 3,17 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}.$$

Средние значения длительностей  $\bar{T}_m$  при  $m, n = 1, \dots, 8$ , вычисленные по формуле (1):  $\bar{T}_0 = 4,18$  с;  $\bar{T}_1 = 4,15$  с;  $\bar{T}_2 = 4,12$  с;  $\bar{T}_3 = 4,08$  с;  $\bar{T}_4 = 4,05$  с;  $\bar{T}_5 = 4,02$  с;  $\bar{T}_6 = 3,99$  с;  $\bar{T}_7 = 3,97$  с;  $\bar{T}_8 = 3,94$  с.

Условные переходные вероятности, вычисленные по формулам (4):  $E_{0,1} = 1,000$ ;  $E_{1,2} = 0,869$ ;  $E_{2,3} = 0,740$ ;  $E_{3,4} = 0,612$ ;  $E_{4,5} = 0,486$ ;  $E_{5,6} = 0,362$ ;  $E_{6,7} = 0,240$ ;  $E_{7,8} = 0,119$ ;  $E_{1,0} = 0,131$ ;  $E_{2,1} = 0,260$ ;  $E_{3,2} = 0,388$ ;  $E_{4,3} = 0,514$ ;  $E_{5,4} = 0,638$ ;  $E_{6,5} = 0,760$ ;  $E_{7,6} = 0,881$ ;  $E_{8,7} = 1,000$ .

Рассмотрим случайную величину  $\xi_1$ , значения которой соответствуют начальному числу совместившихся рабочих  $m$  периодов лесопильных рам. Так как в примере рассматривается моделирование группового графика нагрузки в установившемся режиме работы поточных линий, то в качестве распределения дискретной случайной величины  $\xi_1$  примем распределение, полученное для этого режима в [2] (табл. 1).

Таблица 1

Вероятностное распределение случайной величины  $\xi_1$

$m$	$E_m$	$m$	$E_m$
0	0,005	5	0,205
1	0,037	6	0,097
2	0,123	7	0,026
3	0,231	8	0,003
4	0,273	–	–

Значения случайной величины  $\xi_1$  найдем преобразованием значений «стандартной» случайной величины  $\gamma$ , равномерно распределенной в интер-

вале (0, 1). Значения величины  $\gamma$  выберем из специальных таблиц [6] или с помощью датчика псевдослучайных чисел. Согласно этой процедуре случайной величине  $\gamma$  приписывается значение  $m$ , если

$$E_0 + E_1 + \dots + E_{m-1} < \gamma < E_0 + E_1 + \dots + E_m. \quad (9)$$

Формулу для определения случайной длительности  $T_m$  получим из уравнения обращения [4]:

$$\int_0^{T_m} f_m(t) dt = \gamma. \quad (10)$$

Выбрав одним из указанных выше способов значение  $\gamma$ , решим уравнение (6) и найдем значение  $T_m$ . Для этого подставим в (6) функцию (3):

$$[m\mu + \lambda(n-m)] \int_0^{T_m} e^{-[m\mu + \lambda(n-m)]t} dt = \gamma.$$

Проинтегрируем это выражение:

$$1 - e^{-[m\mu + \lambda(n-m)]T_m} = \gamma,$$

откуда

$$T_m = -\frac{1}{m\mu + \lambda(n-m)} \ln(1 - \gamma)$$

или

$$T_m = -\bar{T}_m \ln(1 - \gamma). \quad (11)$$

Для последующего описания процесса формирования группового графика введем в рассмотрение целочисленные случайные величины  $\xi_2, \xi_3, \dots$ , которые могут принимать только два значения:  $-1$  и  $+1$ . На очередном шаге значение  $-1$ , принятое случайной величиной  $\xi_i$ , ( $i \geq 2$ ), означает, что в следующем интервале времени одна из лесопильных рам перейдет в режим холостого хода. Наоборот, значение  $\xi_i = 1$  указывает на то, что число лесопильных рам, участвующих в распиловке в следующем интервале времени, увеличилось на единицу. Вероятности этих значений зависят от того, сколько лесопильных рам в этот момент времени занято распиловкой. Например, если их число составляет  $m$ , а очередное значение случайной величины  $\gamma_i < E_{m,m-1}$ , то в следующем интервале времени число лесопильных рам, занятых распиловкой, уменьшится на единицу, т.е. станет равным  $m - 1$ . В случае, если  $\gamma_i \geq E_{m,m-1}$ , их число увеличится до  $m + 1$  и т.д. Таким образом, сумма

$$S_k = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_k$$

есть число лесопильных рам, занятых распиловкой на  $k$ -м интервале времени. При этом

$$0 \leq S_k \leq n \quad (\text{при } k = 1, 2, \dots),$$

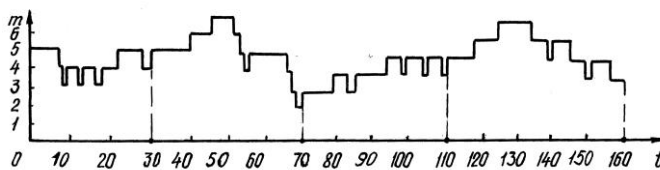
где  $n$  – общее число лесопильных рам.

Очевидно, что для нашего случая электроприемников одинаковой мощности и режима работы достаточно построить график  $m(t)$  числа лесопильных рам, одновременно занятых распиловкой, который в другом масштабе является искомым графиком мощности  $P(t)$ .

Таблица 2

Значения ординат и длительностей графика  $m(t)$ 

$m(t)$	5	4	3	4	3	4	3	4	5	4	5	6	7
$T_m, c$	8,1	0,7	0,4	3,4	0,7	4,4	1,7	4,3	6,7	1,6	11,5	6,0	6,0

Рис. 2. Реализация группового графика  $m(t)$ 

Рассмотрим процесс формирования ординат графика  $m(t)$ . Из таблиц случайных чисел выбираем первое значение  $\gamma_1 = 0,865$ . Тогда по выражению (5) с помощью табл. 1 находим значение первой ординаты графика  $m(t)$ , равное 5. Далее по формуле (7) определяем, что ордината  $\xi_1 = m = 5$  имеет длительность  $T_5 = 8,1$  с. Следующее значение  $\gamma_2 = 0,159$  меньше, чем  $E_{5,4} = 0,638$ . Исходя из этого  $\xi_2 = -1$ , во втором интервале времени происходит уменьшение числа лесопильных рам, занятых распиловкой, на единицу, т.е.  $m = 4$ . Уровень  $m = 4$  длится 0,7 с, а затем ( $\gamma_3 = 0,079$ ) снова происходит уменьшение ( $E_{4,3} = 0,514$ ) числа работающих лесопильных рам на единицу ( $\xi_3 = -1$ ) и т.д. Таким образом, получается искомая реализация группового графика  $m(t)$ , которая частично представлена на рис. 2 и в табл. 2.

Реализации групповых графиков, получаемые по предложенному методу, тождественны реальным графикам по следующим характеристикам: вероятности, средние значения и дисперсии ординат, средние длительности, частоты, а также распределения длительностей ординат.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агеев С.П. К анализу электропотребления рамных лесопильных потоков // Повышение эффективности энергетических систем и оборудования: Сб. науч. тр. АГТУ. – Архангельск, АГТУ, 2001.
2. Агеев С.П. Расчет параметров нагрузки электрических сетей лесопильного производства // Лесн. журн. – 2001. – № 5. – С. 94–105. – (Изв. высш. учеб. заведений).
3. Араманович И.Г., Лунц Г.Л., Эльсгольц Л.Э. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. – М.: Наука, 1968. – 416 с.
4. Голенко Д.И. Моделирование и статистический анализ псевдослучайных чисел на электронно-вычислительных машинах. – М.: Наука, 1965. – 228 с.

---

5. Основы построения промышленных электрических сетей / Г.М. Каялов, А.Э. Каждан, И.Н. Ковалев, Э.Г. Куренный. – М.: Энергия, 1987. – 352 с.

6. *Соболь И.М.* Метод Монте-Карло. – М.: Наука, 1985. – 80 с.

Архангельский государственный  
технический университет

*S.P. Ageev*

### **Clustered Diagram Simulation for Electric Network Load of Sawmill Plant**

The common method of clustered diagram simulation for real power of electrical receivers of sawmill plant is suggested.

---