



Научная статья

УДК 621.941

DOI: 10.37482/0536-1036-2023-3-140-154

Силовой анализ процесса резания единичным зерном сферокорунда при шлифовании древесины

А.В. Сергеевичев¹, д-р техн. наук, проф.; ResearcherID: [ABC-2274-2020](https://orcid.org/0000-0003-3655-207X)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3655-207X>

В.А. Соколова², канд. техн. наук, доц.; ResearcherID: [AAK-6062-2020](https://orcid.org/0000-0001-6880-445X)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6880-445X>

А.Е. Михайлова¹, канд. техн. наук, доц.; ResearcherID: [ABC-1987-2020](https://orcid.org/0000-0003-0280-7409)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0280-7409>

Е.О. Овчарова¹, аспирант; ResearcherID: [ABH-3339-2020](https://orcid.org/0000-0003-1081-7551)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1081-7551>

С.А. Войнаш³, вед. инж.; ResearcherID: [AAK-2987-2020](https://orcid.org/0000-0001-5239-9883)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5239-9883>

¹Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет им. С.М. Кирова, Институтский пер., д. 5, Санкт-Петербург, Россия, 194021; 910sav@gmail.com, mikhailovaae@ya.ru, evgenya.ov4arova@yandex.ru

²Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна, ул. Большая Морская, д. 18, Санкт-Петербург, Россия, 191186; sokolova_vika@inbox.ru

³Казанский федеральный университет, ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, Россия, 420008; sergey_voi@mail.ru

Поступила в редакцию 08.02.22 / Одобрена после рецензирования 13.05.22 / Принята к печати 16.05.22

Аннотация. Использование абразивных кругов из сферокорунда позволяет повысить производительность процесса шлифования древесины, а также расширить область применения жесткого абразивного инструмента за счет снижения его засаливания и ликвидации прижогов обработанной поверхности. Проведенные исследования выявили следующие преимущества перед шлифовальной шкуркой использования для шлифования древесины абразивных кругов: высокую точность обработки, получение требуемого качества обработанной поверхности, высокую стойкость инструмента и его низкую стоимость. Произведен силовой анализ процесса микрорезания зерном сферокорунда в зависимости от степени его износа. Показано, что снятие стружки зерном сферокорунда возможно только при его определенном состоянии – обнажении режущих стенок. Также получены теоретические зависимости сил при микрорезании от всех основных условий процесса шлифования древесины и древесных материалов: характеристик круга, режимных показателей обрабатываемого материала и связанных с ним факторов. Проанализированы особенности процесса стружкообразования, условия самозатачивания кругов из сферокорунда. Установлено, что наибольшее влияние на толщину стружки, срезаемую одним зерном сферокорунда, оказывает зернистость, влияние других характеристик внутреннего объемного строения инструмента: содержания зерна и связки – менее значительное.

© Сергеевичев А.В., Соколова В.А., Михайлова А.Е., Овчарова Е.О., Войнаш С.А., 2023



Статья опубликована в открытом доступе и распространяется на условиях лицензии CC BY 4.0

В зависимости от обрабатываемого материала необходимо применять абразивный инструмент соответствующих характеристик: зернистости, твердости, структуры; при этом использовать сферокорунд, имеющий оптимальные физико-механические свойства, в частности толщину стенки зерна, которая во многом определяет его разрушающую нагрузку. Глубина шлифования и скорость подачи оказывают решающее влияние на показатели процесса шлифования древесины и древесных материалов абразивными кругами из сферокорунда. Увеличение глубины шлифования и скорости подачи приводит к росту сил резания, шероховатости шлифованной поверхности, к снижению длины шлифования за период стойкости круга и коэффициента шлифования. При фиксированных глубине шлифования и скорости подачи для улучшения показателей процесса шлифования древесины и древесных материалов необходимо увеличивать скорость резания.

Ключевые слова: силовой анализ, сферокорунд, абразивные круги из сферокорунда, единичное зерно сферокорунда, шлифование, шлифование древесины, шлифование древесных материалов

Для цитирования: Сергеевичев А.В., Соколова В.А., Михайлова А.Е., Овчарова Е.О., Войнаш С.А. Силовой анализ процесса резания единичным зерном сферокорунда при шлифовании древесины // Изв. вузов. Лесн. журн. 2023. № 3. С. 140–154. <https://doi.org/10.37482/0536-1036-2023-3-140-154>

Original article

Force Analysis of a Single Grain Cutting Process in Wood Grinding Using Spherical Corundum

*Alexander V. Sergeevichev*¹, Doctor of Engineering, Prof.;

ResearcherID: [ABC-2274-2020](https://orcid.org/0000-0003-3655-207X), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3655-207X>

*Viktorii A. Sokolova*², Candidate of Engineering, Assoc. Prof.;

ResearcherID: [AAK-6062-2020](https://orcid.org/0000-0001-6880-445X), ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6880-445X>

*Anna E. Mikhailova*¹, Candidate of Engineering, Assoc. Prof.;

ResearcherID: [ABC-1987-2020](https://orcid.org/0000-0003-0280-7409), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0280-7409>

*Evgeniya O. Ovcharova*¹, Graduate Student; Researcher ID: [ABH-3339-2020](https://orcid.org/0000-0003-1081-7551),

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1081-7551>

*Sergey A. Voïnash*³✉, Engineer; ResearcherID: [AAK-2987-2020](https://orcid.org/0000-0001-5239-9883),

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5239-9883>

¹Saint-Petersburg State Forestry Technical University named after S.M. Kirov, Institutskiy per., 5, St. Petersburg, 194021, Russian Federation; 910sav@gmail.com, mikhailovaae@ya.ru, evgenya.ov4arova@yandex.ru

²Saint Petersburg State University of Industrial Technologies and Design, Higher School of Technology and Energy, ul. Bolshaya Morskaya, 18, Saint Petersburg, 191186, Russian Federation; sokolova_vika@inbox.ru

³Kazan Federal University, ul. Kremlevskaya, 18, Kazan, 420008, Russian Federation; sergey_voi@mail.ru✉

Received on February 08, 2022 / Approved after reviewing on May 13, 2022 / Accepted on May 16, 2022

Abstract. The productivity of the wood grinding process can be increased by using abrasive wheels with spherical corundum grains. They also expand the area of application of rigid abrasive instruments by reducing soiling and eliminating burns on the treated surface. The studies

revealed several advantages of the abrasive wheels over sanding paper: very precise processing, achievement of the desired grade of the treated surface, high durability of the instrument, and low cost. A force analysis of a grinding surface with micro-cuttings made of spherical corundum grains was performed depending on the degree of its wear. The results revealed that chip removal by the spherical corundum grains was possible only under certain conditions when the cutting edges of the grains were exposed. Besides, the theoretical dependencies of forces in micro-cutting were obtained from every principal condition for the process of grinding wood and wooden materials: properties of the spheres, treatment modes, and material-related factors. The special properties were analyzed by the chip formation process and self-sharpening conditions of the spherical corundum wheels. The grain size had the greatest influence on the thickness of chips which were cut by one grain. The grain content and bonding, like other properties of the internal volumetric structure, had a less substantial impact. The abrasive tool characteristics must complement the processed material, such as grain size, hardness, and structure. On the other hand, spherical corundum has optimal physical and mechanical properties for grinding, particularly the thickness of the grain's edges, which primarily determine the material's tensile strength. The grinding depth and feed rate mostly define the parameters of the grinding performance of wood and wood-based materials. An increase in those leads to a rise in cutting forces, roughness of the ground surface, a reduction in the grinding length over the period of the wheel's durability, and the grinding coefficient. If the grinding depth and feed rate are constant, the performance can be improved by increasing the cutting rate.

Keywords: force analysis, spherical corundum, abrasive wheels of spherical corundum, spherical corundum grain, grinding, wood grinding, grinding of wooden materials

For citation: Sergeevichev A.V., Sokolova V.A., Mikhailova A.E., Ovcharova E.O., Voinash S.A. Force Analysis of a Single Grain Cutting Process in Wood Grinding Using Spherical Corundum. *Lesnoy Zhurnal* = Russian Forestry Journal, 2023, no. 3, pp. 140–154. (In Russ.). <https://doi.org/10.37482/0536-1036-2023-3-140-154>

Введение

Как отечественные, так и зарубежные исследователи отмечают, что использование для шлифования древесины абразивных кругов имеет следующие преимущества перед шлифовальной шкуркой: высокую точность обработки, получение требуемого качества обработанной поверхности, высокую стойкость инструмента, его низкую стоимость [4, 11]. Применение абразивных кругов из сферокорунда при шлифовании древесины и древесных материалов позволяет увеличить производительность процесса шлифования, а также расширить область применения жесткого абразивного инструмента за счет снижения его засаливания и ликвидации прижогов обработанной поверхности.

В большинстве случаев при конструировании кинематической модели абразивного инструмента используется допущение: абразивные зерна представляются в виде точек. Вследствие этого форма и размеры зерен в кинематической модели не учитываются. Это объясняется тем, что объектом исследования в кинематике являются не абразивные зерна, а критерии, по которым определяется их работа: толщина, длина стружки, количество одновременно работающих зерен, длина дуги контакта шлифующего зерна с деталью и т. д. [4, 8, 12, 16, 19, 20].

Цель исследования – изучить процесс стружкообразования зерном сферокорунда, а именно установить зависимость процесса от влияющих факторов и определить действие сил на стенках зерна сферокорунда.

Объекты и методы исследования

В кинематической модели абразивного круга из сферокорунда, исходя из изложенных выше положений, зерно следует моделировать окружностью. Точками будут режущие элементы зерна – стенки сферы, расположенные по окружности, – т. е. не учитывается толщина стенки зерна сферокорунда. Окружность зерна при работе и правке претерпевает изменения, расстояние между режущими элементами варьируется и представляет собой длину хорды данной окружности. Это определяет необходимость рассматривать все кинематические критерии применительно к H_{12} (разница в высоте 1-го и 2-го зерен, м). Уравнение траектории движения абразивного зерна при плоском шлифовании периферией круга представляет собой циклоидальную кривую. Для задней стенки 1-го абразивного зерна, лежащего на расстоянии R , м, от мгновенного центра скоростей, уравнение имеет вид

$$\begin{cases} x_1 = \frac{V_s}{\omega} \varphi_1 + R \sin \varphi_1; \\ y_1 = \frac{V_s}{\omega} + R \cos \varphi_1, \end{cases}$$

где V_s – скорость подачи, м/с; ω – угловая скорость круга, с⁻¹; φ_1 – переменный угол контакта задней стенки 1-го абразивного зерна, ...°.

Переменный угол контакта режущего элемента абразивного зерна изменяется в диапазоне $0 \leq \varphi_1 \leq \varphi_{\max}$, где $\varphi_{\max} = \sqrt{2h/R}$ (h – глубина шлифования, м).

Угловое расстояние между абразивными зернами $\theta_{12} = \frac{\delta}{R}$, и уравнение для траектории для передней стенки 2-го зерна будет иметь вид

$$\begin{cases} x_2 = \frac{V_s}{\omega} \left(\varphi_2 - \frac{\delta}{R} \right) + (R \pm H_{12}) \sin \varphi_2; \\ y_2 = \frac{V_s}{\omega} + (R \pm H_{12}) \cos \varphi_2, \end{cases}$$

где δ – расстояние между соседними зернами, м.

Угловое расстояние между задними стенками зерен $\theta_{12} = \frac{\delta + l}{R}$, и аналогичное уравнение для задней стенки 2-го зерна:

$$\begin{cases} x_3 = \frac{V_s}{\omega} \left(\varphi_3 - \frac{\delta + l}{R} \right) + (R \pm H_{12}) \sin \varphi_3; \\ y_3 = \frac{V_s}{\omega} + (R \pm H_{12}) \cos \varphi_3, \end{cases}$$

где l – расстояние между стенками зерен, м.

Каждая из траекторий при сложении двух движений: вращательного с угловой скоростью ω и поступательного со скоростью V_s – за один оборот в теле древесины может пересекаться с соседней траекторией не более одного раза. Область между двумя траекториями представляет собой кинематически возможную толщину стружки. Толщина срезаемого слоя одним режущим элементом оказывает очень сильное влияние на весь процесс шлифования: с изменением толщины стружки происходит изменение режима работы круга и условий шлифования. От толщины срезаемого слоя обрабатываемого материала

ла зависят силы резания на шлифуемом элементе круга, износ зерен, связки, а следовательно, и стойкость круга, шероховатость обработанной поверхности, мгновенная температура в зоне резания и др.

Уравнение максимальной толщины стружки, снимаемой одним зерном, для передней стенки зерна сфериокорунда имеет вид

$$a_1 = 2 \frac{V_s}{V} \sqrt{\frac{h}{D}} \delta, \quad (1)$$

где V – скорость резания, м/с; D – диаметр круга, м.

Максимальная толщина стружки, срезаемая 2-й стенкой зерна сфериокорунда,

$$a_2 = 2 \frac{V_s}{V} \sqrt{\frac{h}{D}} l. \quad (2)$$

Максимальная толщина слоя обрабатываемого материала, снимаемая одним зерном сфериокорунда, $a = a_1 + a_2$.

У сплошных абразивных материалов срезания по траектории задней стенки зерна не происходит, толщины срезаемой стружки a_2 не существует, значение l для них характеризовало бы площадку износа зерна. Сферическая форма зерна снижает площадь соприкосновения зерна с обрабатываемым материалом, что ведет к уменьшению сил трения и температуры в зоне резания.

Число шлифующих зерен, действующих в пределах дуги контакта, будет находиться из зависимости

$$i = \frac{1}{\delta + l} \left(1 + \frac{V_s}{V} \right) \sqrt{Dh}. \quad (3)$$

Толщина стружки, срезаемая одним зерном, и число одновременно работающих зерен определяют любой показатель операции шлифования. Они связаны между собой обратной связью, рост одной из величин приводит к уменьшению другой. Схема для расчета поверхностных геометрических параметров представлена на рис. 1.

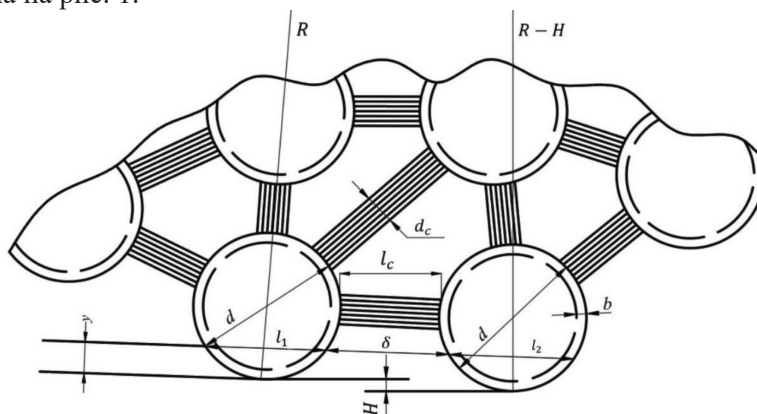


Рис. 1. Схема для определения поверхностных геометрических параметров абразивного круга из сфериокорунда (d – диаметр зерна, м; d_c , l_c – диаметр и длина стружки, м; b – толщина стенки абразивного зерна, м; H – толщина стружки, м)

Fig. 1. Scheme for determining the surface geometric parameters of abrasive wheel made of spherical corundum (d – grain diameter, m; d_c , l_c – diameter and length of chip, m; b – edge thickness of abrasive grain, m; H – chip thickness, m)

Дискретный параметр описания поверхности абразивного инструмента – число шлифующих зерен, действующих в пределах дуги контакта, – для кругов из сферокорунда имеет меньшее численное значение, чем для абразивных инструментов из обычных абразивных материалов, так как значение l в формуле (3) учитывает и размер зерна. Толщина стружки, срезаемая одним зерном, для кругов из сферокорунда больше, чем для кругов из сплошного абразивного материала, на величину a_2 . С увеличением a должно происходить и увеличение шероховатости обработанной поверхности. Однако для сферокорунда одновременно с ростом толщины стружки растет количество режущих элементов по сравнению с обычными абразивными материалами. Увеличение количества шлифующих зерен в пределах дуги контакта круга с древесиной, обеспечивающих заданную глубину резания, оказывает положительное влияние на шероховатость обработанной поверхности. Дополнительный срез обрабатываемого материала, осуществляемый задней стенкой зерна сферокорунда, с кинематической точки зрения должен снижать шероховатость шлифованной поверхности.

Уравнения (1) и (2) определяют только кинематически возможную толщину стружки. Совместное решение этих уравнений относительно a позволит получить толщину стружки, которую при заданных кинематико-геометрических условиях шлифования обеспечит выбранная характеристика инструмента.

Толщину стружки будем определять применительно ко всему зерну. Из формул (1), (2) выразим значение $(\delta + l)$, тогда взаимосвязь кинематической и инструментальной моделей примет вид системы уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} (\delta + l)_y = 1,18\sqrt{dy} + \frac{(1 - \beta_b - \beta_g)0,5d^{2,5}}{\beta_g(19,5(\beta_g + \beta_b) - 2,5)y^{1,5}} + 2\sqrt{(y-b)(d-b-y)}; \\ (\delta + l)_K = 0,5\frac{V_s}{V}\sqrt{\frac{D}{h}}(a \pm H); \\ y = y' + (a \pm H), \end{array} \right. \quad (4)$$

где y – срезы; β_b, β_g – относительное содержание связки и зерна соответственно; K – кинематический критерий; y' – срез стружки.

Для решения данной системы уравнений используем графический метод, так как способа получить точный результат аналитическим методом нет. Примем следующее допущение: разновысотность между зернами отсутствует, т. е. $H = 0$. Применение данного допущения объясняется тем, что разновысотность представляет собой случайную величину, ее трудно прогнозировать, она определяется только экспериментальным путем. Наиболее часто встречающиеся на практике значения $H = 10^{-2} \dots 10^{-5}$ мм. Определение толщины срезаемой стружки и динамического расстояния между режущими элементами зерен абразивных кругов из сферокорунда произведем для частного случая, когда зерна на поверхности круга срезаны наполовину, т. е. $y' = \frac{d}{2}$.

Графический метод решения системы уравнений (4) приведен на рис. 2. Суммарное расстояние между режущими элементами абразивных зерен ($\delta + l$) на рассматриваемом интервале изменения значения u практически неизменно. Следовательно, динамическое расстояние между режущими элементами абразивного круга, согласно предлагаемой модели, незначительно зависит от режимов шлифования, а толщина стружки, срезаемая заданным рельефом круга, почти полностью определяется кинематическими соотношениями. Они выражаются кинематическим критерием $K = 2 \frac{V_s}{V} \sqrt{\frac{h}{D}}$.

Для графического решения использовали 3 значения K -критерия:

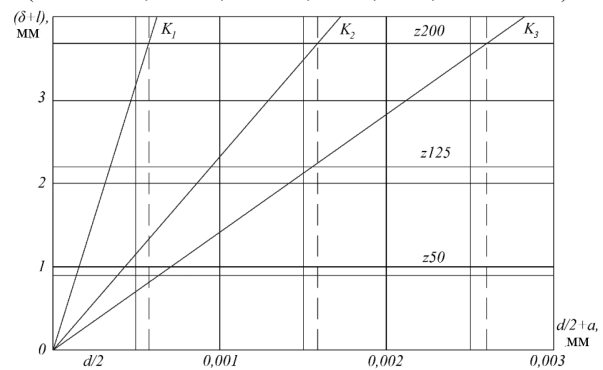
$$K_1 = 1,623 \cdot 10^{-4} (V = 15 \text{ м/с}, V_s = 0,032 \text{ м/с}, h = 0,2 \text{ мм}, D = 150 \text{ мм});$$

$$K_2 = 4,820 \cdot 10^{-4} (V = 25 \text{ м/с}, V_s = 0,116 \text{ м/с}, h = 0,4 \text{ мм}, D = 150 \text{ мм});$$

$$K_3 = 7,228 \cdot 10^{-4} (V = 35 \text{ м/с}, V_s = 0,200 \text{ м/с}, h = 0,6 \text{ мм}, D = 150 \text{ мм}).$$

Рис. 2. Определение графическим методом максимальной толщины стружки, срезаемой одним зерном (z – шероховатость)

Fig. 2. Determination by graphical method of the maximum thickness of chips being cut by one grain (z – roughness)



В зависимости от K -критерия в выбранном интервале толщина стружки меняется от 0,60 до 2,70 мкм для кругов z_{200} ; для z_{125} $a = 0,35 \dots 1,60$ мкм, для z_{50} $a = 0,15 \dots 0,65$ мкм. Как видно из этих значений, влияние зернистости абразивных кругов из сферокорунда на толщину стружки, срезаемую одним шлифующим зерном, очень велико. Влияние других инструментальных факторов, параметров внутреннего объемного строения инструмента: относительного содержания зерна и связки – менее значительное.

Возникающие в процессе шлифования силы резания являются результирующими от сложения сил, действующих на каждое единичное шлифующее зерно [1, 10, 17]. Образование стружки происходит вследствие микрорезания шлифуемого материала одним отдельно взятым абразивным зерном. Поэтому для выяснения влияния различных параметров и условий на динамику процесса шлифования древесины и древесных материалов абразивными кругами из сферокорунда необходимо изучение механизма микрорезания – царапания единичным зерном сферокорунда [3, 7, 13, 14].

Сферическая форма приводит к наличию отрицательного переднего угла и большого фактического угла резания. Каждое режущее абразивное зерно по мере движения по траектории обуславливает 3 стадии: упругой, пластической деформации обрабатываемого материала и стружкообразования [15, 20]. Начало каждой из стадий определяется глубиной внедрения зерна в обрабатываемый материал, формой и размером зерна. Общей характеристикой этих особенностей для каждого зерна служит передний угол зерна, \dots° . Для зерен сферокорунда он определяется по формуле

$$\gamma = \arcsin\left(1 - 2\frac{a}{d}\right).$$

При срезании стружки между абразивным зерном и обрабатываемым материалом возникает силовое взаимодействие. Для силового анализа процесса микрорезания зерном сферокорунда используем методику Е.Н. Маслова, изложенную в работе [5]. Схема сил, действующих при микрорезании, показана на рис. 3.

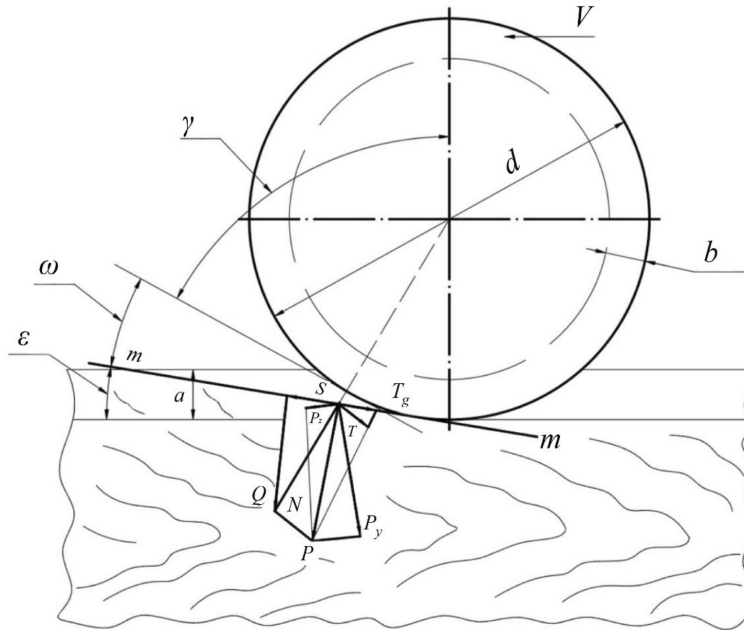


Рис. 3. Схема действия сил при резании единичным зерном сферокорунда (ϵ – угол плоскости стружкообразования, ...°)

Fig. 3. Scheme of forces action while cutting with a single grain of spherical corundum (ϵ – angle of the chip formation plane, ...°)

Принимаем, что коэффициент трения древесины о переднюю поверхность зерна является постоянным, так как площадь контакта небольшая. Нормальная (P_y) и касательная (P_z) составляющие силы резания определяются из выражений:

$$P_y = N \sin \gamma + T \cos \gamma;$$

$$P_z = N \cos \gamma - T \sin \gamma,$$

где N – равнодействующая нормального давления на переднюю поверхность зерна, Н; T – равнодействующая сил трения, Н.

Так как $T = f_{fs} N$,

$$P_y = N (\sin \gamma + f_{fs} \cos \gamma); \tag{5}$$

$$P_z = N (\cos \gamma - f_{fs} \sin \gamma), \tag{6}$$

где f_{fs} – коэффициент трения древесины о переднюю поверхность зерна.

Развитие сил определяется процессами пластической деформации и на конечной стадии – разрешающим сдвигом по плоскости стружкообразования, если фактическое касательное напряжение τ в данной плоскости достигло величины предела упругости древесины при скалывании. Равнодействующую силу нормального давления N в формулах (5), (6) определяем из условия прочности древесины на скалывание. Для этого силы N , T раскладываем в направлении плоскости стружкообразования и в плоскости, нормальной к ней:

$$S = N\sin\omega - T\cos\omega; \quad (7)$$

$$Q = N\cos\omega + T\sin\omega, \quad (8)$$

где S – срезающая сила, действующая вдоль плоскости стружкообразования, H ; Q – сила, сжимающая древесину в плоскости нормальной к плоскости стружкообразования, H .

Из рис. 3 видно, что $\omega = 90 - (\gamma + \varepsilon)$. Подставляя данное значение, получим

$$S = N(\cos(\gamma + \varepsilon) - f_{fs}\sin(\gamma + \varepsilon)); \quad (9)$$

$$Q = N(\sin(\gamma + \varepsilon) + f_{fs}\cos(\gamma + \varepsilon)). \quad (10)$$

Угол наклона плоскости наибольших касательных напряжений, по которой происходит разрушающий сдвиг, – угол плоскости стружкообразования. Он может быть определен по формуле [2, 8]:

$$\operatorname{ctg}\varepsilon = \sqrt{2/m - 1} \left(1 + \sqrt{1 + 2f_{fs}}\right), \quad (11)$$

где $m = \frac{a}{0,5d}$.

Во время сдвига элемента стружки относительно срезаемого слоя в плоскости стружкообразования возникает добавочное сопротивление, вследствие сил внутреннего трения пропорциональное нормальному давлению,

$$T_g = f_\tau Q, \quad (12)$$

где f_τ – коэффициент внутреннего трения, примерно численно равный коэффициенту внешнего трения древесины по древесине.

Равнодействующая касательных напряжений τ в плоскости стружкообразования при их принятом размерном распределении находится по формуле [6, 9, 18]

$$T_\tau = \frac{\tau a}{\sin\varepsilon}. \quad (13)$$

Таким образом, в плоскости стружкообразования действуют: внешняя сила S , срезающая, преодолевающая сопротивление древесины сдвигу; внутренняя сила трения T_g и равнодействующая сила касательных напряжений T_τ .

Срезание слоя древесины произойдет при условии

$$S - T_g = T_\tau.$$

Подставляя в эту формулу выражения из формул (9)–(13), получаем

$$N(\cos(\gamma + \varepsilon) - f_{fs}\sin(\gamma + \varepsilon)) - f_\tau N(\sin(\gamma + \varepsilon) + f_{fs}\cos(\gamma + \varepsilon)) = \frac{\tau a}{\sin\varepsilon}.$$

Выполнив преобразования, имеем

$$N[\cos(\gamma + \varepsilon)(1 - f_{fs}f_\tau) - \sin(\gamma + \varepsilon)(f_{fs}f_\tau)] = \frac{\tau a}{\sin\varepsilon}.$$

Откуда

$$N = \frac{\tau a}{\sin \varepsilon \left(\cos(\gamma + \varepsilon)(1 - f_{fs} f_{\tau}) - \sin(\gamma + \varepsilon)(f_{fs} f_{\tau}) \right)}.$$

Подставляем полученное значение N в формулы (5), (6) и получаем выражение для определения составляющих силы резания единичным абразивным зерном сферокорунда:

$$P_y = \frac{\tau a (\sin \gamma + f_{fs} \cos \gamma)}{\sin \varepsilon \left(\cos(\gamma + \varepsilon)(1 - f_{fs} f_{\tau}) - \sin(\gamma + \varepsilon)(f_{fs} f_{\tau}) \right)}; \quad (14)$$

$$P_z = \frac{\tau a (\cos \gamma - f_{fs} \sin \gamma)}{\sin \varepsilon \left(\cos(\gamma + \varepsilon)(1 - f_{fs} f_{\tau}) - \sin(\gamma + \varepsilon)(f_{fs} f_{\tau}) \right)}. \quad (15)$$

Данные силовые зависимости установлены применительно к целому абразивному зерну. Однако зерно сферокорунда имеет свойство в процессе работы или правки разрушаться с обнажением острых режущих стенок. В связи с этим необходимо рассмотреть особенности системы сил при микрорезании обеими стенками зерна по мере уменьшения его режущей части.

В полученных формулах эти особенности зерна сферокорунда будут отражаться на изменении переднего угла. Он варьирует в широких пределах: по мере износа зерна может принимать значения от -90° до $+90^\circ$. На практике с учетом толщины формируемого и срезаемого слоя обрабатываемого материала граничные значения могут не учитываться. Изменение переднего угла приведет к изменению абсолютных касательной и нормальной составляющих силы резания, их направления и соотношения.

Формулы (14), (15) получены для условий микрорезания передней по направлению вращения стенкой зерна. Изменение режущей части зерна является функцией координаты глубины профиля y , начало которой совпадает с вершиной зерна. Поэтому в общем случае формулы для расчета значений переднего угла с учетом знака и угла стружкообразования для передней стенки примут следующий вид:

$$\gamma_1 = -\arcsin \left(1 - 2 \frac{y}{d} \right);$$

$$\varepsilon_1 = \operatorname{arccctg} \left(\sqrt{\frac{d}{y}} - 1 \left(1 + \sqrt{1 + 2 f_{fs}} \right) \right).$$

Для задней стенки данные углы определяются выражениями:

$$\gamma_2 = -\arcsin \left(\frac{d/2 - y}{d/2 - b} \right);$$

$$\varepsilon_2 = \operatorname{arccctg} \left(\sqrt{\frac{d - 2b}{d - b - y}} - 1 \left(1 + \sqrt{1 + 2 f_{fs}} \right) \right).$$

Подставляя полученные ранее зависимости (1), (2) для толщины снимаемого слоя режущими элементами зерна сферокорунда в (14), (15) и учитывая знак фактического переднего угла, получим формулы для определения составляющих силы резания на каждой стенке зерна:

$$P_{z_1} = \frac{\tau \cdot 2 \frac{V_s}{V} \sqrt{\frac{h}{D}} \left(1,18\sqrt{dy} + \frac{1 - \beta_g - \beta_b}{\beta_g (19,5(\beta_g + \beta_b) - 2,5)} K_g \frac{d^{2,5}}{y^{1,5}} \right) (\cos\gamma_1 + f_{fs} \sin\gamma_1)}{\sin\varepsilon_1 (\cos(\varepsilon_1 - \gamma_1)(1 - f_{fs}f_\tau) - \sin(\varepsilon_1 - \gamma_1)(f_{fs} + f_\tau))};$$

$$P_{y_1} = \frac{\tau \cdot 2 \frac{V_s}{V} \sqrt{\frac{h}{D}} \left(1,18\sqrt{dy} + \frac{1 - \beta_g - \beta_b}{\beta_g (19,5(\beta_g + \beta_b) - 2,5)} K_g \frac{d^{2,5}}{y^{1,5}} \right) (f_{fs} \cos\gamma_1 - \sin\gamma_1)}{\sin\varepsilon_1 (\cos(\varepsilon_1 - \gamma_1)(1 - f_{fs}f_\tau) - \sin(\varepsilon_1 - \gamma_1)(f_{fs} + f_\tau))};$$

$$P_{z_2} = \frac{\tau \cdot 2 \frac{V_s}{V} \sqrt{\frac{h}{D}} \cdot 2\sqrt{(y-b)(d-b-y)} (\cos\gamma_2 + f_{fs} \sin\gamma_2)}{\sin\varepsilon_2 (\cos(\varepsilon_2 - \gamma_2)(1 - f_{fs}f_\tau) - \sin(\varepsilon_2 - \gamma_2)(f_{fs} + f_\tau))};$$

$$P_{y_2} = \frac{\tau \cdot 2 \frac{V_s}{V} \sqrt{\frac{h}{D}} \cdot 2\sqrt{(y-b)(d-b-y)} (f_{fs} \cos\gamma_2 - \sin\gamma_2)}{\sin\varepsilon_2 (\cos(\varepsilon_2 - \gamma_2)(1 - f_{fs}f_\tau) - \sin(\varepsilon_2 - \gamma_2)(f_{fs} + f_\tau))};$$

где P_{z_1} , P_{y_1} – соответственно касательная и нормальная составляющие силы резания на передней стенке, Н; P_{z_2} , P_{y_2} – соответственно касательная и нормальная составляющие силы резания на задней стенке, Н; K_g – коэффициент, учитывающий отличие конкретных условий работы инструмента от принятых за основу.

Полученные формулы отражают взаимосвязь сил при микрорезании от всех основных факторов, влияющих на процесс шлифования: физико-механических свойств обрабатываемого материала – τ , f_τ , режимных параметров – V_s , V , h , инструментальных факторов – d , β_g , β_b , D и других условий шлифования.

Результаты исследования и их обсуждение

Для определения показателей процесса шлифования: переднего угла зерна, угла плоскости стружкообразования, толщины срезаемой каждым режущим элементом зерна стружки, расстояния между режущими элементами, сил на каждом режущем элементе инструмента, суммарной силы резания на зерне сферокорунда и других значений в зависимости от износа зерна, режимных показателей процесса шлифования, показателей внутреннего объемного строения круга, физико-механических свойств обрабатываемого материала – применяются математико-статистические модели на основе теоремы Байеса.

Графические зависимости полученных теоретических результатов приведены на рис. 4–5.

При увеличении характеризуемого координатой y износа зерна сферокорунда происходит значительное изменение сил при микрорезании как по абсолютной величине, так и по направлению действия. Составляющие силы резания имеют резко выраженную границу изменения направления своего действия, описываемую определенным значением y_{cr1} . До достижения значения y_{cr1} , которое может быть результатом совместного сложения как износа зерна по диаметру, так и толщины срезаемого слоя обрабатываемого материала, про-

процесса стружкообразования не происходит. Касательная составляющая силы резания на этом участке имеет отрицательное значение, т. е. направлена в противоположную сторону движения зерна. Значит, преобладающими являются силы внешнего трения, и при данных значениях $y < y_{cr1}$ могут происходить только упругая и пластическая деформации обрабатываемого материала.

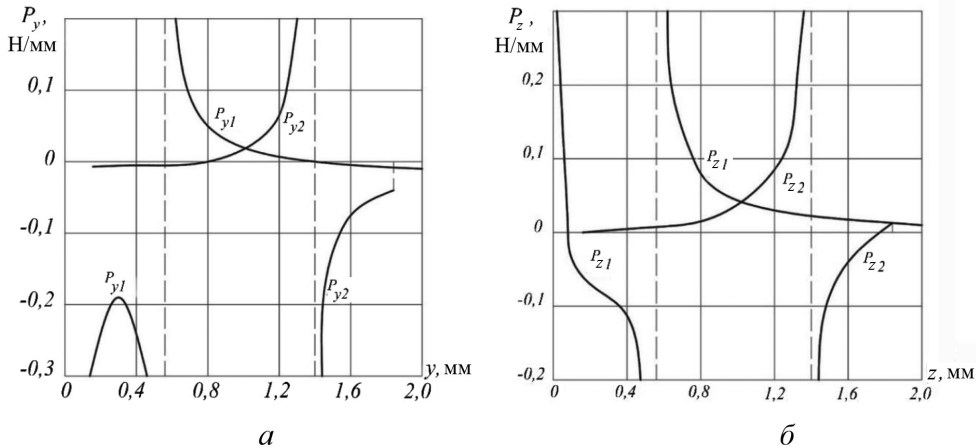


Рис. 4. Зависимость нормальной (а) и касательной (б) составляющих силы резания на передней и задней стенках зерна от его износа y ($f_{fs} = 0,4$ и $f_{\tau} = 0,5$)

Fig. 4. Dependence of the normal (a) and tangential (б) components of the cutting force on the front and rear edges of the grain on its wear y ($f_{fs} = 0.4$ and $f_{\tau} = 0.5$)

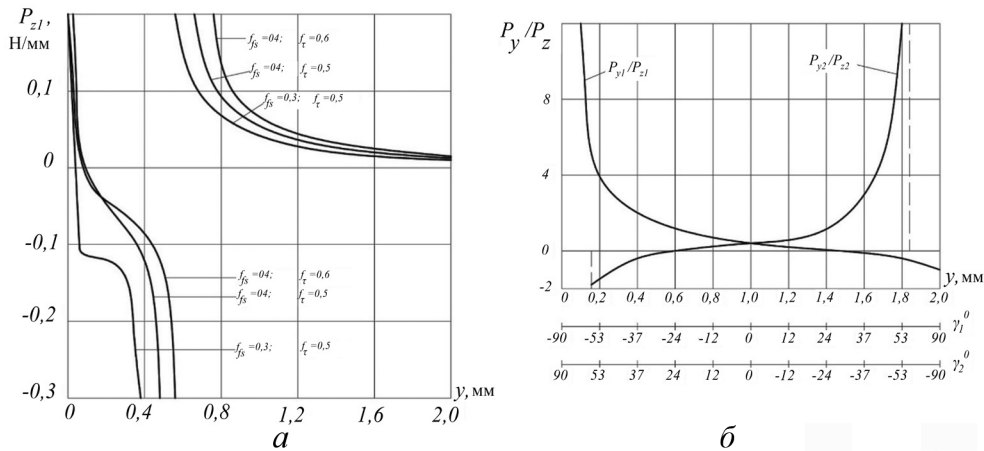


Рис. 5. Зависимость: а – касательной составляющей силы резания от износа зерна при различных коэффициентах f_{fs}, f_{τ} ; б – отношения сил P_y / P_z на режущих элементах зерна от его износа (переднего угла γ), $f_{fs} = 0,4$

Fig. 5. Dependence: a – of the tangential component of cutting force on grain wear with different coefficients f_{fs}, f_{τ} ; б – the force ratio P_y / P_z on the cutting elements of the grain on its wear (rake angle γ), $f_{fs} = 0.4$

Резкое изменение направления действия сил свидетельствует, по-видимому, о начале стружкообразования, критерием перехода от режима деформации к стружкообразованию служит отношение y/d . Значению y_{cr1} соответствует передний угол, примерно равный $\gamma = -25^\circ$, а само критическое

значение, например, для абразивного зерна размером $d = 2$ мм при $f_{fs} = 0,4$ и $f_{\tau} = 0,5$ составляет примерно 0,55 мм. Следовательно, при суммарном значении износа зерна (как в процессе правки круга, так и при шлифовании) и толщины стружки до $1/4$ диаметра зерна силового взаимодействия зерна с обрабатываемым материалом с образованием стружки происходить не будет. При увеличении u уменьшается фактический передний (отрицательный) угол, уменьшаются и составляющие силы резания. Нормальная составляющая на участке стружкообразования переходит из силы отжима в силу затягивания при малом положительном переднем угле.

Характер действия сил на задней стенке зерна аналогичен действию сил на передней стенке, но последовательность действия обратная. Срезание слоя обрабатываемого материала задней стенкой зерна начнется с момента износа зерна на величину $y > b$, причем раньше, чем передней стенкой. Но вследствие незначительного расстояния между стенками толщина стружки минимальная, силы незначительные. Нормальная составляющая силы резания направлена в стружку, имеет отрицательное значение и является силой затягивания. При увеличении износа зерна плавно растут составляющие силы резания, нормальная составляющая меняет знак – становится силой отжима. Увеличение сил происходит до максимума при y_{cr_2} с последующим резким изменением направления действия. Процесс стружкообразования задней поверхностью зерна с этого момента прекращается, и дальше возможно только деформирование материала.

Влияние на систему сил при микрорезании зерном сферинокорунда коэффициентов внешнего и внутреннего трения f_{fs} , f_{τ} является значительным. При увеличении f_{fs} и f_{τ} происходит смещение значения y_{cr} при котором начинается стружкообразование (рис. 5, а).

Соотношение сил P_y / P_z в зависимости от значения y и переднего угла при различных коэффициентах f_{fs} при микрорезании показано на рис. 5, б. Из рисунка видно, что на участках стружкообразования на режущих элементах зерна отношение $P_y / P_z < 1$, при $y = y_{cr}$: $P_y / P_z = 1$. На участках стружкообразования передний угол имеет небольшое отрицательное или положительное значение, поэтому нормальная составляющая меньше касательной.

Выводы

1. Процесс стружкообразования зерном сферинокорунда возможен только при его определенном состоянии – обнажении режущих стенок. В этом случае режущей будет только задняя стенка зерна. Стружкообразование передней стенкой возможно при износе зерна не менее чем на $1/4$ его размера, до этого происходят только упругая и пластическая деформация обрабатываемого материала.

2. Действие сил на стенках зерна сферинокорунда имеет противоположный характер при изменении износа зерна по диаметру. По абсолютному значению при одинаковом переднем угле на режущих элементах зерна силы больше на передней стенке, чем на задней.

3. Начало процесса стружкообразования зависит не только от величины внедрения зерна в материал, износа зерна по диаметру, но и от коэффициентов трения на передней поверхности зерна и в плоскости стружкообразования.

4. Отношение нормальной составляющей силы резания к касательной меньше единицы на участке стружкообразования, а поскольку там силы значительно меньше, чем при других значениях суммы износа зерна и толщины срезаемой стружки, то применительно ко всему износу зерна нормальная составляющая силы резания больше касательной, как и для других абразивных материалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Виноградов В.Н., Сорокин Г.М., Колокольников М.Г. Абразивное изнашивание. М.: Машиностроение, 1990. 221 с.
Vinogradov V.N., Sorokin G.M., Kolokolnikov M.G. *Abrasive Wear*. Moscow, 1990. 221 p. (In Russ.).
2. Каменев Б.Б., Сергеевичев А.В. Дереворежущие инструменты. СПб.: СПбГЛТУ, 2013. 332 с.
Kamenev B.B., Sergeevichev A.V. *Wood-Cutting Tools*. Sankt Petersburg, SPbFTU Publ., 2013. 332 p. (In Russ.).
3. Кремьен З.И., Буторин Г.И., Коломазин В.М. и др. Технология обработки абразивным и алмазным инструментом / под общ. ред. З.И. Кремья. Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1989. 206 с.
Kremen Z.I., Butorin G.I., Kolomazin V.M. et al. *Processing Technology with Abrasive and Diamond Tools*. Leningrad, Mashinostroyeniye, Leningr. otd. Publ., 1989. 206 p. (In Russ.).
4. Любимов В.Г. Шлифование слоистых пластмасс кругами с абразивными зёрнами из стекла // Резание и инструмент: междунар. науч.-техн. сб. Харьков, 2002. Вып. 10. С. 73–77.
Lyubimov V.G. *Grinding of Laminated Plastics with Glass Abrasive Grains. Rezanie i instrument v texnologicheskix sistemax: mezhdunar. nauch.-texn. sb.*, 2002, no. 10, pp. 73–77. (In Russ.).
5. Маслов Е.Н. Теория шлифования материалов. М.: Машиностроение, 1974. 320 с.
Maslov E.N. *Theory of Grinding Materials*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1974. 320 p. (In Russ.).
6. Островский В.И. Теоретические основы процесса шлифования. Л.: ЛГУ, 1981. 144 с.
Ostrovsky V.I. *Theoretical Bases of the Grinding Process*. Leningrad, PLSU Publ., 1981. 144 p. (In Russ.).
7. Рыбин Б.М., Санаев В.Г., Кириллов Д.В. К вопросу выбора параметров шероховатости для оценки неровностей древесины // Вестн. МГУЛ – Лесной вестн. 2012. № 4. С. 68–71.
Rybin B.M., Sanaev V.G., Kirillov D.V. *To the Question of the Choice of Roughness Parameters for the Estimation of Woods Roughness. Lesnoj vestnik = Forestry Bulletin*, 2012, no. 4, pp. 68–71. (In Russ.).
8. Санев В.И., Каменев Б.Б., Сергеевичев А.В. Резание древесины и древесных материалов. СПб.: Лань, 2018. 456 с.
Sanev V.I., Kamenev B.B., Sergeevichev A.V. *Cutting Wood and Wooden Materials*. Sankt Petersburg, Lan' Publ., 2018. 456 p. (In Russ.).
9. Demir H., Gullu A., Ciftci I., Seker U. An Investigation into the Influences of Grain Size and Grinding Parameters on Surface Roughness and Grinding Forces When Grinding. *Strojnicki vestnik = Journal of Mechanical Engineering*, 2010, vol. 56, iss. 7/8, pp. 447–454.
10. Ichida Y. Formation Mechanism of Grain Cutting Edges in Micro Dressing of Polycrystalline CBN Grinding Wheels. *Key Engineering Materials*, 2012, vol. 523–524, pp. 137–142. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.523-524.137>

11. Kivimaa E. Cutting Force in Woodworking. *The Stat. Inst. for Tech. Res.*, Helsinki, 2000, no. 18, pp. 78–91.
12. Korolev A.V., Vasin A.N., Nazar'eva V.A., Reshetnikova O.P. Cutting Geometry of Abrasive Grains. *Russian Engineering Research*, 2014, vol. 34, no. 10, pp. 655–659. <https://doi.org/10.3103/S1068798X14100086>
13. Kryukov S.A., Kryukova A.S. Determining the Parameters of Grinding Wheels Working Surface Profile. *Procedia Engineering*, 2017, vol. 206, pp. 204–209. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.10.461>
14. Leonov S.L., Markov A.M., Belov A.B., Sczygol N. Generalized Mathematical Model Predicting the Mechanical Processing Topography. *IOP Conference Series: Materials, Science and Engineering. Proceedings of the 7th International Scientific and Practical Conference on Innovations in Mechanical Engineering, ISPCIME 2015, September 23–25, 2015, Kemerovo, Russia*. England, Bristol, IOP Publishing Ltd Publ., 2016, pp. 1–8. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/126/1/012009>
15. Malkin S. *Grinding Technology. Theory and Applications of Machining with Abrasives*. New York, Industrial Press Publ., 2008. 372 p.
16. Marinescu I.D., Rowe W.B., Dimitrov B., Inasaki I. *Tribology of Abrasive Machining Processes*. Brent Beckley Inc. Cover Art Publ., 2004. 764 p. <https://doi.org/10.1016/B978-081551490-9.50003-7>
17. Narayanaperumal A., Lakshmanan V. Evaluation of the Working Surface of the Grinding Wheel Using Speckle Image Analysis. *Proceedings of the ASME 2015 International Conference on Manufacturing Science and Engineering (MSEC2015), 2015*. American Society of Mechanical Engineers Publ., 2015, Vol. 1: Processing, pp. 1–7. <https://doi.org/10.1115/MSEC2015-9416>
18. Nguyen A.T., Butler D.L. Correlation of Grinding Wheel Topography and Grinding Performance: A Study from a Viewpoint of Three-Dimensional Surface Characterization. *Journal of Materials Processing Technology*, 2008, vol. 208, iss. 1-3, pp. 14–23. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2007.12.128>
19. Novoselov Yu., Bratan S., Bogutsky V. Analysis of Relation Between Grinding Wheel Wear and Abrasive Grains Wear. *Procedia Engineering*, 2016, vol. 150, pp. 809–814. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.07.116>
20. Sergeevichev A., Belonogova N., Sergeevichev V., Byzov V., Mikhailova A. Investigation of the Influence of Certain Factors on the Quality of Processing During Hard Grinding. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. Proceedings of the 5th Pan-Russian Scientific Technical Conference on Forests of Russia: Policy, Industry, Science and Education*. England, Bristol, IOP Publishing Ltd. Publ., 2020, vol. 574(1), pp. 1–9. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/574/1/012072>

Конфликт интересов: Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов
Conflict of interest: The authors declare that there is no conflict of interest

Вклад авторов: Все авторы в равной доле участвовали в написании статьи
Authors' Contribution: All authors contributed equally to the writing of the article