

УДК 625.711.84

*А.С. Федоренчик, С.С. Макаревич, П.А. Протас*

Федоренчик Александр Семенович родился в 1950 г., окончил в 1972 г. Белорусский технологический институт, кандидат технических наук, доцент кафедры лесных машин и технологии лесозаготовок, проректор по учебной работе Белорусского государственного технологического университета. Имеет более 130 печатных работ по вопросам разработки и совместимости лесной техники с окружающей средой, лесной сертификации, ресурсосберегающих технологий заготовки древесины при рубках главного пользования, совершенствования методов расчета лесоскладских потоков, лесного образования.



Макаревич Сергей Степанович родился в 1931 г., окончил в 1955 г. Белорусский лесотехнический институт, кандидат технических наук, доцент кафедры сопротивления материалов Белорусского государственного технологического университета. Имеет более 110 печатных работ в области расчета слоистых конструкций, устойчивости элементов конструкций и исследования свойств композиционных материалов.



Протас Павел Александрович родился в 1977 г., окончил в 1999 г. Белорусский государственный технологический университет, магистр технических наук, аспирант кафедры лесных машин и технологии лесозаготовок БГТУ. Имеет 8 печатных работ в области воздействия лесозаготовительной техники на лесные почвы.



## **АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕЕОБРАЗОВАНИЯ НА ТРЕЛЕВОЧНЫХ ВОЛОКАХ, УКРЕПЛЕННЫХ ОТХОДАМИ ЛЕСОЗАГОТОВОК**

Дано обоснование расчетной схемы и ее математической модели для определения деформации грунта на волоке, укрепленном отходами лесозаготовок.

трелевочный волок, двухслойная конструкция, отходы лесозаготовок, деформация, модуль упругости, напряжения.

На практике при разработке лесосек во избежание образования колеи или уменьшения ее глубины трелевочные волокнистые конструкции укрепляют отходами лесозаготовок (сучья, ветви, вершины). В этом случае трелевочный волок представляет собой двухслойную конструкцию, причем как верхний слой из влажных веток древесины, так и грунт обладают свойствами ползучести,

т. е. деформируются во времени. В работе [4] показано, что образование колеи в грунте можно определить исходя из наследственной теории упругости Больцмана – Вольтерра.

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{E} \left[ \sigma(t) + \int_0^t K(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau \right]. \quad (1)$$

Здесь  $\varepsilon$  – деформация;

$\sigma$  – напряжение;

$E$  – модуль упругости;

$K(t-\tau)$  – ядро ползучести, которое может быть принято в виде экспоненты,

$$K(t-\tau) = \delta e^{-\beta(t-\tau)},$$

где  $\delta, \beta$  – константы, которые определяют по опытным кривым ползучести при нагружении и разгрузке.

Наши исследования [5] показали, что для анализа ползучести древесины тоже может быть принято уравнение (1).

Таким образом, рассматривается задача о нагрузке, действующей на слоистое вязкоупругое полупространство (рис. 1).

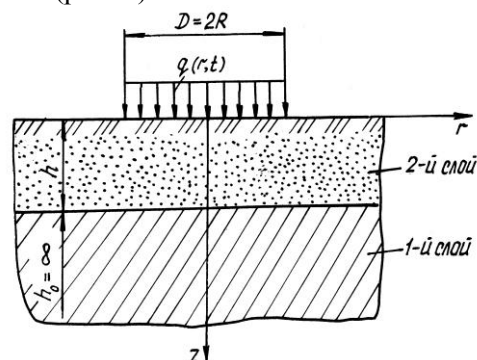


Рис. 1. Расчетная схема двухслойного вязкоупругого полупространства

6

Толщину верхнего слоя обозначим  $h$ . На него действует нагрузка от колеса лесозаготовительной машины. Будем считать нагрузку распределенной равномерно по площади круга радиусом  $R$ .  $q(r, t) = q = \text{const}$ .

Представим нагрузку в виде интеграла Фурье – Бесселя

$$q(r, t) = q \xi \int_0^{\infty} J_1(\xi \alpha) J_0(\rho \alpha) d\alpha, \quad (2)$$

где  $q$  – интенсивность сплошной нагрузки от давления колеса;

$J_1(\xi \alpha), J_0(\rho \alpha)$  – функция Бесселя первого рода соответственно первого и нулевого порядка;

$\alpha$  – параметр интегрирования;

$\xi$  – безразмерная величина, соответствующая радиусу

площадки загрузки,  $\xi = R/h$ ;

$\rho$  – безразмерная величина, соответствующая текущему радиусу  $r$ ,  $\rho = r/h$ .

Данная задача является осесимметричной. Ее решение удобно искать в цилиндрической системе координат (рис. 2) через функцию напряжений  $\varphi = \varphi(r, z, t)$ , с которой напряжения и перемещения связаны зависимостями

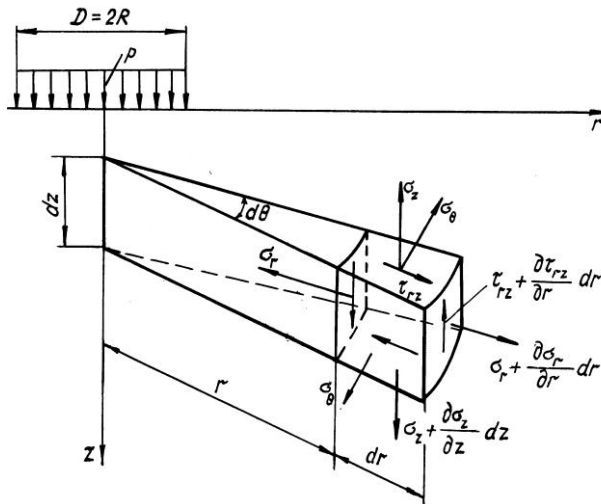


Рис. 2. Схема напряжений в цилиндрической системе координат

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_r &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \nabla^2 \varphi - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \right); & \sigma_z &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \nabla^2 \varphi - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right); \\
 \sigma_\theta &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \nabla^2 \varphi - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right); & \tau_{rz} &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \nabla^2 \varphi - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right); \\
 U &= -\frac{1+\mu}{E} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial z} - \frac{1+\mu}{E} \int_0^t \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial z} K \langle -\tau \rangle dt; \\
 W &= \frac{1+\mu}{E} \left( 2 \mu \nabla^2 \varphi - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) + \frac{1+\mu}{E} \int_0^t \left( 2 \mu \nabla^2 \varphi - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) K \langle -\tau \rangle dt,
 \end{aligned} \right\} (3)$$

где  $\sigma_r, \sigma_z, \sigma_\theta, \tau_{rz}$  – нормальные и касательные напряжения;  
 $U$  – горизонтальное перемещение (по оси  $r$ );  
 $W$  – вертикальное перемещение (по оси  $z$ );  
 $\nabla^2$  – оператор Лапласа;  
 $\mu$  – коэффициент поперечной деформации соответ-

вующего слоя.

Функцию  $\varphi$  примем аналогичную упругому решению [2].

Для первого слоя

$$\varphi_1 = \int_0^{\infty} A(\alpha) \left[ \mu_1 - \lambda \right] e^{-\alpha \eta} J_0(\alpha r) d\alpha.$$

Для второго слоя

$$\varphi_2 = \int_0^{\infty} B(\alpha) \left[ \mu_2 - \lambda \right] e^{-\alpha \eta} J_0(\alpha r) d\alpha + \int_0^{\infty} C(\alpha) \left[ -2\mu_2 \right] e^{-2\lambda} + \lambda \left[ e^{-2\lambda} \right] + D(\alpha) \left[ \mu_2 \left[ e^{-2\lambda} \right] - \lambda \left[ -e^{-2\lambda} \right] \right] e^{-\alpha \eta} J_0(\alpha r) d\alpha,$$

где  $\eta = \frac{z}{h}$ ;  $\lambda = \alpha \left[ -\eta \right]$ .

Коэффициенты  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $C(t)$ ,  $D(t)$  представляют собой неопределенные функции, зависящие не только от нагрузки, характеристик слоев и параметра  $\alpha$ , но и от времени. Для их определения могут быть использованы следующие условия:

а) на поверхности при  $\eta = 0$

$$\sigma_z = -q(r, t) \text{ при } r < R; \sigma_z = 0 \text{ при } z > R; \tau_{rz} = 0; \quad (4)$$

б) на границе между первым и вторым слоями, т. е. при  $\eta = 1$

$$\sigma_{z,1} = \sigma_{z,2}; \tau_{rz,1} = \tau_{rz,2}; U_1 = U_2; W_1 = W_2. \quad (5)$$

Подставив функции  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  в уравнения (3), получим уравнения для определения напряжений и перемещений в первом и втором слоях. Запишем те из них, которые в дальнейшем будут нужны для расчетов.

6\*

Напряжения в первом слое:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{z,1} &= \frac{1}{h^3} \int_0^{\infty} A(t) + B(t) \left[ -\lambda \right] e^{-\alpha \eta} \alpha^3 J_0(\alpha r) d\alpha; \\ \tau_{rz,1} &= \frac{1}{h^3} \int_0^{\infty} A(t) - \lambda B(t) \left[ -e^{-\alpha \eta} \right] \alpha^3 J_1(\alpha r) d\alpha. \end{aligned} \right\}$$

Перемещения в первом слое:

$$\left. \begin{aligned}
 U_1 &= -\frac{1+\mu_1}{E_1 h^2} \int_0^\infty \left\{ A(t) - B(t) \left[ -2\mu_1 + \lambda \right] e^{-\alpha \eta} \alpha^2 J_1(\alpha \rho) \right\} d\alpha - \\
 &- \frac{1+\mu_1}{E_1 h^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ A(t) - B(t) \left[ -2\mu_1 + \lambda \right] e^{-\alpha \eta} \alpha^2 J_1(\alpha \rho) K_1(\alpha \tau) \right\} d\alpha d\tau; \\
 W_1 &= -\frac{1+\mu_1}{E_1 h^2} \int_0^\infty \left\{ A(t) + B(t) \left[ -\mu_1 - \lambda \right] e^{-\alpha \eta} \alpha^2 J_0(\alpha \rho) \right\} d\alpha - \\
 &- \frac{1+\mu_1}{E_1 h^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ A(t) + B(t) \left[ -\mu_1 - \lambda \right] e^{-\alpha \eta} \alpha^2 J_0(\alpha \rho) K_1(\alpha \tau) \right\} d\alpha d\tau.
 \end{aligned} \right\} (6)$$

Напряжения во втором слое:

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_{z,2} &= \frac{1}{h^3} \int_0^\infty \left\{ A(t) + B(t)(1-\lambda) \right\} e^{-\alpha \eta} \alpha^3 J_0(\alpha \rho) d\alpha + \frac{1}{h^3} \int_0^\infty \left\{ A(t) \lambda \left[ - \right. \right. \\
 &- \left. \left. e^{-2\lambda} \right] + D(t) \left[ \left( 1 - e^{-2\lambda} \right) - \lambda \left( 1 + e^{-2\lambda} \right) \right] \right\} e^{-\alpha \eta} \alpha^3 J_0(\alpha \rho) d\alpha; \\
 \tau_{r,z,2} &= \frac{1}{h^3} \int_0^\infty \left\{ A(t) - \lambda B(t) \right\} e^{-\alpha \eta} \alpha^3 J_1(\alpha \rho) d\alpha + \frac{1}{h^3} \int_0^\infty \left\{ A(t) \times \right. \\
 &\times \left[ \left( 1 - e^{-2\lambda} \right) + \lambda \left( 1 + e^{-2\lambda} \right) \right] - D(t) \lambda \left( 1 - e^{-2\lambda} \right) \left. \right\} e^{-\alpha \eta} \alpha^3 J_1(\alpha \rho) d\alpha.
 \end{aligned} \right\}$$

Перемещения во втором слое:

$$\begin{aligned}
U_2 = & -\frac{1+\mu_2}{E_2 h^2} \int_0^\infty \left\{ A(t) - B(t) \left[ -2\mu_2 + \lambda \right] e^{-\alpha \eta} \alpha^2 J_1(\alpha \rho) d\alpha - \right. \\
& -\frac{1+\mu_2}{E_2 h^2} \int_0^\infty \left\{ C(t) \left[ 2 \left( -\mu_2 \left( 1 + e^{-2\lambda} \right) + \lambda \left( 1 - e^{-2\lambda} \right) \right) + D(t) \left( \mu_2 - 1 \right) \right] \times \right. \\
& \times \left. \left. \left( 1 - e^{-2\lambda} \right) - \lambda \left( 1 + e^{-2\lambda} \right) \right] \right\} e^{-\alpha \eta} \alpha^2 J_1(\alpha \rho) d\alpha - \frac{1+\mu_2}{E_2 h^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ A(t) - B(t) \left( 1 - \right. \right. \\
& - 2\mu_2 + \lambda \left. \left. \right) e^{-\alpha \eta} \alpha^2 J_1(\alpha \rho) K_2 \left( -\tau \right) d\alpha d\tau - \frac{1+\mu_2}{E_2 h^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ C(t) \left[ \left( -\mu_2 \right) \left( + \right. \right. \right. \\
& + e^{-2\lambda} \left. \left. \right) + \lambda \left( 1 - e^{-2\lambda} \right) \right] + D(t) \left[ \left( \mu_2 - 1 \right) \left( 1 - e^{-2\lambda} \right) - \lambda \left( 1 + e^{-2\lambda} \right) \right] \right\} \times \\
& \times e^{-\alpha \eta} \alpha^2 J_1(\alpha \rho) K_2 \left( -\tau \right) d\alpha d\tau; \\
W_2 = & -\frac{1+\mu_2}{E_2 h^2} \int_0^\infty \left\{ A(t) + B(t) \left[ \left( 1 - \mu_2 \right) - \lambda \right] e^{-\alpha \eta} \alpha^2 J_0(\alpha \rho) d\alpha + \right. \\
& + \frac{1+\mu_2}{E_2 h^2} \int_0^\infty \left\{ C(t) \left[ \left( -2\mu_2 \left( 1 - e^{-2\lambda} \right) - \lambda \left( 1 + e^{-2\lambda} \right) \right) - D(t) \left( \mu_2 - 1 \right) \right] \left( + \right. \right. \\
& + e^{-2\lambda} \left. \left. \right) - \lambda \left( 1 - e^{-2\lambda} \right) \right\} e^{-\alpha \eta} \alpha^2 J_0(\alpha \rho) d\alpha - \frac{1+\mu_2}{E_2 h^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ A(t) + B(t) \left[ \left( 1 - \right. \right. \right. \\
& - \mu_2 \left. \left. \right) - \lambda \right] e^{-\alpha \eta} \alpha^2 J_0(\alpha \rho) d\alpha K_2 \left( -\tau \right) d\alpha d\tau + \frac{1+\mu_2}{E_2 h^2} \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ C(t) \left[ \left( -2\mu_2 \right) \left( - \right. \right. \right. \\
& - e^{-2\lambda} \left. \left. \right) - \lambda \left( + e^{-2\lambda} \right) - D(t) \left[ \left( -\mu_2 \right) \left( + e^{-2\lambda} \right) - \lambda \left( - e^{-2\lambda} \right) \right] \right\} \\
& \times e^{-\alpha \eta} \alpha^2 J_0(\alpha \rho) K_2 \left( -\tau \right) d\alpha d\tau.
\end{aligned}$$

Используя условия (5) на границе слоев ( $U_1 = U_2$ ,  $W_1 = W_2$ ), получаем

$$\left. \begin{aligned} & \frac{1+\mu_1}{E_1} \left[ A(t) - B(t) \llbracket -2\mu_1 \rrbracket + \int_0^t \left[ A(t) - B(t) \llbracket -2\mu_1 \rrbracket K_1 \llbracket -\tau \rrbracket d\tau \right] = \right. \\ & = \frac{1+\mu_2}{E_2} \left[ A(t) - B(t) \llbracket -2\mu_2 \rrbracket + \int_0^t \left[ A(t) - B(t) \llbracket -2\mu_2 \rrbracket K_2 \llbracket -\tau \rrbracket d\tau \right] + \right. \\ & \left. + 4 \frac{\llbracket -\mu_2^2 \rrbracket}{E_2} \left[ \tilde{N}(t) + \int_0^t \tilde{N}(t) K_2 \llbracket -\tau \rrbracket d\tau \right]; \right. \end{aligned} \right\} (7)$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{1+\mu_1}{E_1} \left[ A(t) + 2B(t) \llbracket -\mu_1 \rrbracket + \int_0^t \left[ A(t) + 2B(t) \llbracket -\mu_1 \rrbracket K_1 \llbracket -\tau \rrbracket d\tau \right] = \right. \\ & = \frac{1+\mu_2}{E_2} \left[ A(t) + 2B(t) \llbracket -\mu_2 \rrbracket + \int_0^t \left[ A(t) + 2B(t) \llbracket -\mu_2 \rrbracket K_2 \llbracket -\tau \rrbracket d\tau \right] + \right. \\ & \left. + 4 \frac{\llbracket -\mu_2^2 \rrbracket}{E_2} \left[ D(t) + \int_0^t D(t) K_2 \llbracket -\tau \rrbracket d\tau \right]. \right. \end{aligned} \right\} (8)$$

Условие (4) при постоянной во времени нагрузке  $q$  с учетом (2) дает

$$\left. \begin{aligned} & A \llbracket -\alpha \rrbracket + \llbracket -\alpha \rrbracket B \llbracket -\alpha \rrbracket + \alpha \lambda_1 C \llbracket -\alpha \rrbracket + \llbracket -\alpha \rrbracket \alpha \lambda_2 D \llbracket -\alpha \rrbracket = -qM; \\ & A \llbracket -\alpha \rrbracket - \alpha B \llbracket -\alpha \rrbracket + \llbracket -\alpha \rrbracket \alpha \lambda_2 C \llbracket -\alpha \rrbracket - \alpha \lambda_1 D \llbracket -\alpha \rrbracket = 0, \end{aligned} \right\} (9)$$

где  $\lambda_1 = 1 - \hat{a}^{-2\lambda}$ ;  $\lambda_2 = 1 + \hat{a}^{-2\lambda}$ ;  $M = \frac{\xi h^3}{\alpha^3} J_1 \llbracket \alpha \xi \rrbracket$

Таким образом, мы имеем систему из четырех уравнений (7)–(9) с четырьмя неизвестными коэффициентами  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $C(t)$  и  $D(t)$ , которые являются функциями параметра  $\alpha$  и времени  $t$ .

Так как в этой системе два уравнения являются интегральными, то ее удобнее решать, используя преобразование Лапласа.

Приняв ядра ползучести для слоев в виде экспонент

$$K_1 \llbracket -\tau \rrbracket = \delta_1 e^{-\beta_1 \tau}; \quad K_2 \llbracket -\tau \rrbracket = \delta_2 e^{-\beta_2 \tau}$$

и произведя преобразование уравнений (7)–(9) по Лапласу, получим систему алгебраических уравнений, из которой

$$A \Phi = -M \frac{q F_1 \Phi}{p F \Phi}, \quad B \Phi = -M \frac{q F_2 \Phi}{p F \Phi}, \quad (10)$$

где  $p$  – параметр преобразования;

$$\left. \begin{aligned} F_1 \Phi &= p^4 \Phi_7 + a_8 \Phi + p^3 \Phi a_7 \psi_1 + a_8 \Phi (\psi_1 + \psi_2) + p^2 \Phi (\gamma_2 \beta_1 + \psi_1^2) + \\ &+ a_8 \psi_3 + p \Phi a_7 \beta_1 \gamma_2 \psi_1 + a_8 \Phi (\beta_2 \psi_1 + \gamma_2 \beta_1 \psi_2) + a_7 \beta_1^2 \gamma_2^2 + a_8 \beta_1 \beta_2 \gamma_1 \gamma_2; \\ \gamma_1 &= \delta_1 + \beta_1; \quad \gamma_2 = \delta_2 + \beta_2; \quad \psi_1 = \gamma_2 + \beta_1; \quad \psi_2 = \gamma_2 + \beta_2; \\ \psi_3 &= \gamma_1 \beta_2 + \gamma_1 \beta_1 + \beta_1 \beta_2 + \gamma_1 \gamma_2 + \gamma_2 \beta_2 + \gamma_2 \beta_1; \\ F_2 \Phi &= p^4 \Phi_5 + a_6 \Phi + p^3 \Phi a_5 \psi_1 + a_6 \Phi (\psi_1 + \psi_2) + p^2 \Phi (\gamma_2 \beta_1 + \psi_1^2) + \\ &+ a_6 \psi_3 + p \Phi a_5 \beta_1 \gamma_2 \psi_1 + a_6 \Phi (\beta_2 \psi_1 + \gamma_2 \beta_1 \psi_2) + a_5 \beta_1^2 \gamma_2^2 + a_6 \beta_1 \beta_2 \gamma_1 \gamma_2; \\ a_1 &= 1 + \frac{1}{4} m_2 (\lambda_2 - \alpha \lambda_1 - \lambda_1); \quad a_2 = -\frac{m_1}{4} (\lambda_2 - \alpha \lambda_1 - \lambda_1); \\ a_3 &= 1 - \alpha + \frac{1}{4} (m_4 \alpha \lambda_1 - 2\alpha \lambda_2 - 2\lambda_1); \quad a_4 = \frac{1}{4} (m_5 \lambda_1 - 2m_5 \alpha \lambda_2 - m_3 \alpha \lambda_1); \\ a_5 &= 1 - \frac{m_2}{4} (\lambda_2 - \alpha \lambda_1 + \lambda_1); \quad a_6 = \frac{m_1}{4} (\lambda_2 - \alpha \lambda_1 + \lambda_1); \\ a_7 &= \alpha - \frac{1}{4} (m_4 \lambda_1 + m_4 \alpha \lambda_2 + 2\alpha \lambda_1); \quad a_8 = \frac{1}{4} (m_3 \lambda_1 + m_3 \alpha \lambda_2 + 2m_5 \alpha \lambda_1); \\ m_1 &= \frac{E_2(1+\mu_1)}{E_1(1-\mu_2^2)}; \quad m_2 = \frac{1}{1-\mu_2}; \quad m_3 = \frac{E_2(1+\mu_1)(1-2\mu_1)}{E_1(1-\mu_2^2)}; \\ m_4 &= \frac{1-2\mu_2}{1-\mu_2}; \quad m_5 = \frac{E_2(1-\mu_1^2)}{E_1(1-\mu_2^2)}; \\ F(p) &= ap^4 + bp^3 + cp^2 + fp + l; \\ a &= S_1 + S_2 + S_3; \quad b = 2S_1\psi_1 + S_2(\psi_1 + \psi_2) + 2S_3\psi_2; \\ c &= S_1(2\gamma_2\beta_1 + \psi_1^2) + S_2\psi_3 + S_3(2\gamma_1\beta_2 + \psi_2^2); \\ f &= 2S_1\gamma_2\beta_1\psi_1 + S_2(\gamma_1\beta_2\psi_1 + \gamma_2\beta_1\psi_2) + 2S_3\gamma_1\beta_2\psi_2; \\ l &= S_1\gamma_2^2\beta_1^2 + S_2\gamma_1\gamma_2\beta_1\beta_2 + S_3\gamma_1^2\beta_2^2; \\ S_1 &= a_1a_7 + a_5a_3; \quad S_2 = a_1a_8 + a_2a_7 + a_3a_6 + a_4a_5; \\ S_3 &= a_2a_8 + a_4a_6. \end{aligned} \right\} (11)$$

Сделав в (10) обратное преобразование Лапласа, получим коэффициенты  $A$  и  $B$  как функции времени:



$$\left. \begin{aligned} A(\omega) &= -Mq \left( \frac{F_1(\omega)}{F(\omega)} + \sum_{i=1}^4 \frac{F_1(\omega_i)}{r_i F'(\omega_i)} e^{r_i t} \right); \\ B(\omega) &= -Mq \left( \frac{F_2(\omega)}{F(\omega)} + \sum_{i=1}^4 \frac{F_2(\omega_i)}{r_i F'(\omega_i)} e^{r_i t} \right), \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где  $F_1(\omega) = a_7 \beta_1^2 \gamma_2^2 + \dot{a}_8 \beta_1 \beta_2 \gamma_1 \gamma_2$ ;

$F_2(\omega) = a_5 \beta_1^2 \gamma_2^2 + a_8 \beta_1 \beta_2 \gamma_1 \gamma_2$ ;

$F(\omega) = l = S_1 \gamma_2^2 \beta_1^2 + S_2 \gamma_1 \gamma_2 \beta_1 \beta_2 + S_3 \gamma_1^2 \beta_2^2$ ;

$r_i$  – корни уравнения  $F(p) = \dot{a}p^4 + bp^3 + cp^2 + fp + l = 0$ .

В знаменателях  $F'(r_i)$  – значение производной  $\frac{dF(p)}{dp}$  при  $p = r_i$ .

Из системы (9) выразим  $C(t)$  и  $D(t)$  через  $A(t)$  и  $B(t)$ :

$$\left. \begin{aligned} C(\omega) &= \frac{qM\lambda_1\alpha + A(\omega)(\lambda_1 + \lambda_1 - \alpha\lambda_2) + B(\omega)(\alpha^2\lambda_2 - \lambda_1)}{\alpha^2\lambda_2^2 - \lambda_1^2 - \alpha^2\lambda_1^2}; \\ D(\omega) &= \frac{qM(\lambda_1 + \alpha\lambda_2) + A(\omega)(\lambda_2 + \lambda_1 - \alpha\lambda_1) + B(\omega)(\lambda_1 + \alpha(\lambda_2 - \lambda_1))}{\alpha^2\lambda_2^2 - \lambda_1^2 - \alpha^2\lambda_1^2}. \end{aligned} \right\}$$

Зная коэффициенты  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $C(t)$  и  $D(t)$ , можно определить напряжения и перемещения в любом слое. Нас больше всего интересует вертикальное перемещение верхней границы грунта, т. е. глубина колеи. Процесс образования колеи описан в работе [3]. Здесь, как и в случае однородного грунтового полупространства, необходимо отдельно учитывать вязкоупругие константы при нагружении и при разгрузке. Кроме того, для первого слоя, т. е. для грунта, они будут меняться с каждым циклом нагружения – разгрузки, а для второго слоя останутся неизменными.

Вязкоупругие константы, соответствующие нагружению при  $i$ -м цикле, для первого и второго слоев обозначим:

$$\left. \begin{aligned} E_{01(i)}, \delta_{01(i)}, \beta_{01(i)}; \\ E_{02}, \delta_{02}, \beta_{02}, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

а константы, соответствующие разгрузке:

$$\left. \begin{array}{l} E_{1(i)}, \delta_{1(i)}, \beta_{1(i)}; \\ E_2, \delta_2, \beta_2. \end{array} \right\} \quad (14)$$

Таким образом, определяя вертикальное перемещение  $W_{1(i)}$  поверхности грунта при  $i$ -м цикле в случае нагружения, следует в формулы (6), (11), (12) подставлять вязкоупругие константы согласно (13); определяя  $W_{1(i)}^*$  в случае разгрузки – согласно (14).

Глубина колеи при  $N$  циклах наезда колеса равна

$$W_{S(N)} = \sum_{i=1}^N (W_{1(i)} - W_{1(i)}^*)$$

Для определения плотности грунта после  $N$  циклов воздействия на грузки можно воспользоваться эмпирической формулой, приведенной в работе [1].

Таким образом, разработанная модель позволяет описывать процесс колееобразования на лесных почвогрунтах, укрепленных отходами лесозаготовок с учетом их вязкоупругих свойств.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Котиков В.М. Воздействие лесозаготовительных машин на лесные почвы: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – М., 1995. – 37 с.
2. Туроверов К.К. К вопросу исследования напряженного и деформированного упругого слоистого полупространства // Тр. ЛТА – 1962. – Вып. 94. – С. 87 – 101.
3. Федоренчик А.С., Макаревич С.С., Вырко Н.П. Аналитическое исследование колееобразования на лесных дорогах // Лесн. журн. – 2000. – № 1. – С. 77 – 82. – (Изв. высш. учеб. заведений).
4. Федоренчик А.С., Макаревич С.С., Вырко Н.П. Деформация лесных почв под воздействием колесных и гусеничных движителей // Лесн. журн. – 2000. – № 3. – С. 80 – 86. – (Изв. высш. учеб. заведений).
5. Хвесько Г.М., Макаревич С.С. Ползучесть древесины, модифицированной термохимическим способом // Лесн. журн. – 1984. – № 6. – С. 87 – 92. – (Изв. высш. учеб. заведений).

Белорусский государственный  
технологический университет

Поступила 14.12.01

*A.S. Fedorenchik, S.S. Makarevich, P.A. Protas*  
**Analytical Research of Rutting on Skidding Trails Consolidated by Logging Waste**

The substantiation of the design scheme and its mathematical model are provided for determination of soil deformation on a skidding trail consolidated by logging waste.