

УДК 539.3

**К РАСЧЕТУ ДИНАМИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ
КОНСТРУКЦИИ МАНИПУЛЯТОРА
ПРИ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССАХ**

М. В. КОНДАКОВ

Московский лесотехнический институт

Одна из ключевых задач проектного расчета манипуляторов для лесной, деревообрабатывающей и мебельной промышленности — определение динамического нагружения конструкции, достигающее экстремальных значений, как правило, при переходных процессах. Достаточно полное описание динамического нагружения конструкции манипулятора можно провести на основе расчетной модели, состоящей из балочных элементов с переменными по длине массово-жесткостными характеристиками и дискретными включениями. Уравнение движения такой модели получено в работе [1] в достаточно общих предположениях и сведено к каноническому матричному виду

$$[M] \frac{\partial^2 \vec{y}}{\partial t^2} + L \vec{y} = \vec{F}, \tag{1}$$

где

$$L = [A] \frac{\partial^2}{\partial x^2} + [B] \frac{\partial}{\partial x} + [C].$$

В случае плоского движения вектор решения \vec{y} имеет вид

$$\vec{y} = (u, w, \psi, u^1, w^1, \psi^1, \dots, u^k, w^k, \psi^k)^T, \tag{2}$$

где u, w, ψ — продольное, поперечное и угловое перемещения поперечного сечения;

u^i, w^i, ψ^i — соответствующие перемещения i -го осциллятора;
 k — число осцилляторов в системе.

Уравнение (1) вместе с граничными и начальными условиями полностью определяют смешанную задачу, описывающую движение упругого манипулятора. Однако для непосредственного интегрирования уравнения (1) требуется решение краевой задачи на каждом шаге интегрирования по времени, что делает численную реализацию такого подхода весьма ресурсоемкой (по времени счета и объему памяти ЭВМ) и дорогостоящей.

Рассмотрим более рациональный подход к решению задачи, основанный на переходе от смешанной задачи для уравнения (1) в частных производных к задаче Коши для уравнений в обыкновенных производных.

Выбор метода решения уравнения (1) зависит от свойств оператора L , областью определения D_L которого является класс функций:

$$\vec{\xi}_i = (u_i, w_i, \psi_i, u_i^1, w_i^1, \psi_i^1, \dots, u_i^k, w_i^k, \psi_i^k)^T, \tag{3}$$

определенных на $x \in [0, l]$, $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ выражением (2) и удовлетворяющих граничным условиям.

Будем считать, что рассматриваемая механическая система манипулятор — груз имеет шарнирно закрепленный левый и свободный правый край

$$u|_{x=0} = w|_{x=0} = EI \frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0; \quad (4)$$

$$EF \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} = EI \frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{x=l} = \beta GF \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \Big|_{x=l} = 0.$$

Граничные условия (4) являются главными, что не ограничивает общности дальнейших построений.

Поскольку область определения D_L нетривиальна, отметим некоторые свойства оператора L . Найдем скалярное произведение на классе функций $\vec{\xi}_i$ (3) по формуле

$$(\vec{\xi}_i, \vec{\xi}_p) = \int_0^l (u_i u_p + w_i w_p + \psi_i \psi_p) dx + \sum_{k=1}^K (u_i^k u_p^k + w_i^k w_p^k + \psi_i^k \psi_p^k) \quad (5)$$

и рассмотрим скалярное произведение

$$(L\vec{\xi}_i, \vec{\xi}_p) = \int_0^l (L\vec{\xi}_i) \vec{\xi}_p dx = \int_0^l ([A] \vec{\xi}_i'' \vec{\xi}_p + [B] \vec{\xi}_i' \vec{\xi}_p' + [C] \vec{\xi}_i \vec{\xi}_p) dx, \quad (6)$$

где $(\)' = \frac{d}{dx}$; $(\)'' = \frac{d^2}{dx^2}$.

Учитывая структуру матриц $[A]$, $[B]$, $[C]$, приведенную в работе [1], и граничные условия (4), из выражения (6) можно получить для оператора L свойства симметрии:

$$(L\vec{\xi}_i, \vec{\xi}_p) = (L\vec{\xi}_p, \vec{\xi}_i) \quad (7)$$

и ограниченности снизу:

$$(L\vec{\xi}_i, \vec{\xi}_i) \geq 0. \quad (8)$$

Перечисленные свойства оператора L позволяют для решения уравнения движения (1) с граничными условиями (4) обоснованно использовать обобщенный метод Галеркина [3]. Следуя ему, решение задачи (1), (4) отыскиваем в виде ряда:

$$\vec{y} = \sum_{i=1}^{\infty} a_i(t) \vec{\xi}_i(x), \quad (9)$$

коэффициенты которого $a_i(t)$ называют обычно обобщенными координатами. В качестве системы базисных функций выберем пространство собственных векторов $\vec{\xi}_i$ оператора L , определяемых, как известно, уравнением:

$$-\lambda_i^2 [M] \vec{\xi}_i(x) + L\vec{\xi}_i(x) = 0. \quad (10)$$

Собственные векторы $\vec{\xi}_i$ отвечают требованиям метода Галеркина, удовлетворяя всем граничным условиям задачи (как главным, так и естественным) и образуя полную систему. В силу симметрии оператора L (7) собственные векторы $\vec{\xi}_i$ образуют ортогональную (в нашем случае с весом $[M]$) систему:

$$([M] \vec{\xi}_i, \vec{\xi}_n) = \begin{cases} 0, & i \neq n \\ M_n, & i = n. \end{cases} \quad (11)$$

Подставляя (9) в (1), умножая скалярно обе части уравнения на $\vec{\xi}_n$ и учитывая (10) и свойства ортогональности (11), получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений для $a_n(t)$ в виде

$$\ddot{a}_n + \lambda_n^2 a_n = f_n, \quad n = 1, 2, \dots, \infty, \quad (12)$$

где
$$\ddot{a}_n = \frac{d^2 a_n}{dt^2}; \quad f_n = (\vec{F}, \vec{\xi}_n) M_n^{-1}.$$

Эта система уравнений описывает незатухающие колебания упругого манипулятора. Вводя затухание для каждого тона колебаний [2] по теории вязкого трения, запишем систему уравнений для $a_n(t)$ в окончательном виде:

$$\ddot{a}_n + 2b_n \dot{a}_n + \lambda_n^2 a_n = f_n, \quad n = 1, 2, \dots, \infty, \quad (13)$$

где $b_n = \frac{h_n \lambda_n}{2\pi}$, h_n — декремент колебаний по n -му тону.

Для интегрирования системы (13) необходимо знать начальные условия в терминах обобщенных координат a_i и их скоростей \dot{a}_i . Для задач о динамическом нагружении упругой системы манипулятор — груз начальные условия можно сформулировать одним из следующих способов.

Если в начальный момент времени заданы поля перемещений и скоростей механической системы

$$\vec{y}(x, 0) = \vec{y}_0; \quad \dot{\vec{y}}(x, 0) = \dot{\vec{y}}_0, \quad (14)$$

то начальные значения a_i и \dot{a}_i можно определить как коэффициенты разложения в обобщенный ряд Фурье векторов \vec{y}_0 и $\dot{\vec{y}}_0$ по системе собственных функций $\vec{\xi}_i$ (3) в виде:

$$a_i(0) = ([M] \vec{y}_0, \vec{\xi}_i) M_i^{-1}; \quad \dot{a}_i(0) = ([M] \dot{\vec{y}}_0, \vec{\xi}_i) M_i^{-1}, \quad (15)$$

Если в начальный момент времени конструкция нагружена статически уравновешенной системой внешних силовых факторов $\vec{F}_0 = \vec{F}(x, 0)$, то начальные значения обобщенных координат можно определить как статическое решение задачи (13) в виде:

$$a_i(0) = f_{i0} \lambda_i^{-2}; \quad \dot{a}_i(0) = 0. \quad (16)$$

Таким образом, задача о движении манипулятора с учетом упругих деформаций конструкции, сформулированная в работе [1], сведена к задаче Коши (13), (15) или (13), (16) для системы обыкновенных дифференциальных уравнений относительно обобщенных координат $a_i(t)$.

Поскольку на характер правой части \vec{F} уравнения (1) не накладываются ограничения, то если внешние нагрузки, в том числе и управляющие усилия, не зависят от параметров движения и могут быть заданы заранее, система уравнений (13) оказывается несвязанной, и каждое уравнение можно проинтегрировать отдельно, а уже потом составить общее решение (9). В случае зависимости внешних нагрузок \vec{F} или управляющих усилий от параметров движения система уравнений (13) оказывается связанной. Более того, если внешние или управляющие усилия зависят от поля ускорений конструкции, т. е. от вторых производных обобщенных координат $\ddot{a}_i(t)$, то задача Коши (13), (15) или (13), (16) становится нелинейной.

На основе изложенной методики были разработаны алгоритмы и программа расчета динамического нагружения манипуляторов при переходных процессах с учетом упругих деформаций конструкции. Про-

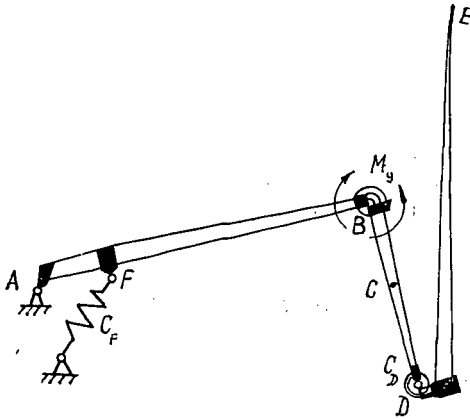


Рис. 1

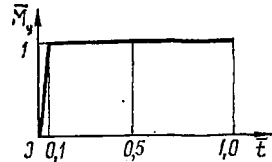


Рис. 2

грамма реализована в системе ФОРТРАН-ОС на ЭВМ ЕС-1033 ВЦ МЛТИ.

В качестве примера работы программы рассмотрим нагружение манипулятора валочно-пакетирующей машины, расчетная схема которого представлена на рис. 1. Исходные данные системы выбраны в диапазоне реальных величин существующих конструкций. Расчетная схема системы состоит из двух балок AB и BD , схематизирующих конструкцию манипулятора, и балки DE , схематизирующей переносимый хлыст. Приняты следующие основные параметры системы:

длины элементов:

$$l_{AB} = 9 \text{ м}; \quad l_{BD} = 5 \text{ м}; \quad l_{DE} = 10 \text{ м};$$

диапазоны изменения погонной массы:

$$\rho_{AB} = 40 \dots 50 \text{ кг/м}; \quad \rho_{BD} = 30 \dots 40 \text{ кг/м}; \quad \rho_{DE} = 10 \dots 130 \text{ кг/м};$$

диапазоны изменения продольной жесткости:

$$EF_{AB} = (1,0 \dots 1,3) \cdot 10^8 \text{ Н}; \quad EF_{BD} = (0,75 \dots 1,0) \cdot 10^8 \text{ Н};$$

$$EF_{DE} = (0,8 \dots 8) \cdot 10^9 \text{ Н};$$

диапазоны изменения изгибной жесткости:

$$EI_{AB} = (0,5 \dots 1,5) \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}^2; \quad EI_{BD} = (2 \dots 5) \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}^2;$$

$$EI_{DE} = 10^6 \dots 10^8 \text{ Н} \cdot \text{м}^2.$$

Упругость гидропривода схематизируется жесткостями:

$$C_F = 5 \cdot 10^5 \text{ Н/м}; \quad C_B = 3 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м/рад}; \quad C_D = 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м/рад}.$$

Кроме того, в систему введены сосредоточенные массы, характеризующие усиливающие элементы конструкции в местах соединения звеньев.

Рассмотрим переходный процесс в конструкции, обусловленный включением управляющего момента M_y в шарнире B . Характер изменения M_y от времени показан на рис. 2. Поскольку определяющий вклад в динамическое нагружение удлиненных конструкций вносят, как правило, изгибающие моменты в сечениях, рассмотрим именно их действие.

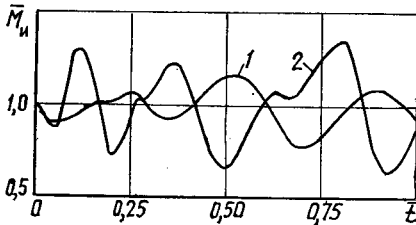


Рис. 3

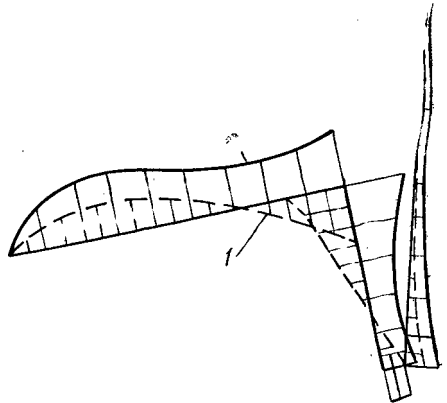


Рис. 4

На графиках рис. 3 показан характер изменения динамической составляющей изгибающего момента в середине звена BD — точке C (рис. 1). Относительное значение $\bar{M}_n = 1$ соответствует величине изгибающего момента для жесткой расчетной схемы. Кривая 1 соответствует учету в расчетной схеме упругости гидросистемы, кривая 2 — учету упругости и гидросистемы и конструкции манипулятора и хлыста.

Сравнение результатов показывает, что неучет упругости конструкции ведет к существенному занижению (в нашем примере до 30 %) расчетной оценки динамических нагрузок.

На рис. 4 показаны эпюры динамической составляющей изгибающего момента, обусловленной упругостью конструкции. Кривая 1 соответствует распределению динамической составляющей изгибающего момента по длине системы. Эпюра построена для момента времени $\bar{t} = 0,1$ выхода управляющего момента M_y на стационарное значение (рис. 2). Кривая 2 соответствует распределению экстремальных значений (без учета знака) динамической составляющей изгибающего момента на рассматриваемом интервале времени $\bar{t} \in [0, 1]$.

Эпюра 2 позволяет сделать выводы об уровне динамических нагрузок и, соответственно, о запасах прочности в любом сечении системы для рассмотренного случая нагружения.

В заключение можно отметить следующее.

1. Динамическая составляющая, обусловленная упругими колебаниями системы, вносит существенный вклад в нагружение конструкции манипулятора, поэтому проектный расчет прочности необходимо вести с учетом упругих деформаций.

2. Манипуляторы для лесной, деревообрабатывающей и мебельной промышленности отличаются относительно большим удлинением звеньев, что обуславливает весьма низкие частоты свободных колебаний. При этом расчетные схемы для определения нагрузок, лишь частично учитывающие упругие свойства системы, например только податливость гидропривода и деформации по основному тону колебаний, не имеют физического смысла. Расчетная модель должна достаточно полно отражать характер упругого деформирования системы [1].

3. Изложенный метод перехода от смешанной задачи для дифференциальных уравнений в частных производных к задаче Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений позволяет построить достаточно эффективный алгоритм расчета динамического нагружения манипулятора с учетом упругого деформирования конструкции.

ЛИТЕРАТУРА

[1]. Кондаков М. В. Расчетная схема упругого манипулятора // Лесн. журн.— 1988.— № 6.— С. 36—41.— (Изв. высш. учеб. заведений). [2]. Микишев Г. Н. Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов.— М.: Машиностроение, 1978.— 247 с. [3]. Михлин С. Г. Вариационные методы в математической физике.— М.: Наука, 1970.— 512 с.

Поступила 2 июня 1987 г.

УДК 625.7/8

ПОВЫШЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ ЛЕСОВОЗНЫХ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ

Е. И. ШЕЛОПАЕВ

Красноярский инженерно-строительный институт

Эксплуатационную надежность автомобильных дорог оценивают мерой вероятности P , при которой дорожное покрытие обеспечит требуемую скорость движения автомобилей в течение срока между капитальными ремонтами.

Критерий надежности автомобильной дороги за срок службы $T_{сл}$ можно определить из условия [3]

$$H = P(v_{\text{факт}} > v_{\text{опт}}) \geq [H],$$

где H — фактический уровень надежности автомобильной дороги по скорости движения автомобилей;

$v_{\text{факт}}$ — фактическая скорость движения автомобилей;

$v_{\text{опт}}$ — оптимальная скорость движения автомобиля по критерию минимума дорожно-транспортных затрат;

$[H]$ — допустимый минимальный уровень надежности автомобильной дороги в зависимости от ее конструкции.

Вероятность, при которой фактическая скорость движения автомобилей больше оптимальной, определяется зависимостью [3]:

$$P(v_{\text{факт}} > v_{\text{опт}}) = 1 + \Phi\left(\frac{v_{\text{min факт}} - v_{\text{ср. факт}}}{\sigma_v}\right) - \Phi\left(\frac{v_{\text{опт}} - v_{\text{ср. факт}}}{\sigma_v}\right),$$

где $\Phi(X) = \frac{1}{2\pi} \int_0^X \exp\left(-\frac{U^2}{2}\right) dU$ — функция Лапласа;

σ_v — среднее квадратичное отклонение скорости движения автомобилей.

Наибольшее влияние на вертикальные деформации дорожного покрытия оказывают модуль упругости E_y , сцепление C и угол внутреннего трения φ грунта земляного полотна. В свою очередь, они зависят от типа грунта, его влажности W и плотности δ . Поэтому для решения вопросов обеспечения надежности дорожной одежды и земляного полотна необходимо знать зависимости

$$E_y = f(W, \delta); \quad \sigma_E^2 = \psi(W, \delta),$$

где σ_E^2 — дисперсия модуля упругости.

Обычно уровень надежности дорожной одежды характеризуется коэффициентом вариации: $C_E = \sigma_E / E_{\text{ср}}$, где σ_E — среднее квадратичное отклонение; $E_{\text{ср}}$ — средний модуль упругости.