

Рис. 5.

Вероятность того, что некоторое тело не будет вытеснено, равна $G_0=1-P_0$, а вероятность того, что ни одно из n тел, сжатых силой \overline{N} , не будет вытеснено, $G(\overline{N})=G_0^n=(1-P_0)^n$. Тогда вероятность P нарушения равновесия системы $P(\overline{N})=1-G(\overline{N})$.

На рис. 5 приведен график зависимости $G(2\overline{N}\Delta)$ (кривые 1-4 соответствуют числу тел 1, 2, 5 и 10). Из него видно, что с увеличением числа тел n (длины цепочки) вероятность выдерживать большие сжимающие силы (несущая способность системы тел) быстро снижается.

Полученные результаты могут быть использованы при построении моделей взаимодействия рабочих органов лесных машин с круглыми лесоматериалами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Андронов В. В. О формировании пакета круглых лесоматериалов сжатием // Лесн. журн.—1975.—№ 2.—С. 59—64.— (Изв. высш. учеб. заведений). [2]. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения.—М.: Наука, 1988.—480 с. [3]. Таубер Б. А. Грейферные механизмы.—М.: Машиностроение, 1985.—272 с. [4]. Труфанов А. А. Некоторые вопросы теории взаимодействия сплоточных машин и сплачиваемых пучков бревен: Автореф. дис.... канд. техн. наук.— Қазань, 1957.—22 с. [5]. Феодосьев В. И. Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов.—М.: Наука, 1967.—376 с. [6]. Шимкович Д. Г. К определению усилий для разрушения «балок», образующихся при зачерпывании грейфером круглых лесоматериалов // Науч. тр. / МЛТИ.—М.: МЛТИ, 1987.—Вып. 197.—С. 22—36.

Поступила 5 ноября 1990 г.

УДК 624.072.233.5

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАСЧЕТА НАГЕЛЯ В ДРЕВЕСИНЕ

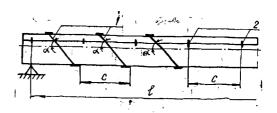
В. П. СТУКОВ

Архангельский лесотехнический институт >

Нагельные соединения элементов деревянных и комбинированных конструкций получили широкое распространение благодаря простоте и надежности в работе, а также возможности механизации технологических процессов их изготовления. Они могут быть выполнены из различных материалов напрягаемыми (тип 1) и ненапрягаемыми (тип 2) — рис. 1.

Нагель в древесине работает в сложном напряженно-деформированном состоянии. В общем случае его можно рассматривать как балку, лежащую на упругом основании и загруженную на конце изгибающим моментом M_0 , поперечной силой Q_0 и растягивающей силой N_0 .

Рис. 1. Схема размещения нагелей: 1 — напрягаемых, 2 — ненапрягаемых; l — пролет балки; c расстояние между нагелями



Если изгиб балки сопровождается действием осевых сил или сдвигом, задача получения уравнений эпюр прогибов у, углов поворота Ф, изгибающих моментов M и поперечных сил Q значительно усложняется. Непосредственное дифференцирование общего интеграла дифференциального уравнения упругой линии балки на упругом основании дает результаты, которые сложно использовать в силу громоздкости формул и большого числа промежуточных расчетов.

Однородное дифференциальное уравнение упругой оси балки, лежащей на упругом основании и работающей в условиях сложного изги-

ба, имеет вид [1]

$$EI\frac{d^4y}{dx^4} - N_0\frac{d^2y}{dx^2} + Ky = 0, (1)$$

где E, I — модуль упругости материала и момент инерции площади поперечного сечения балки; ..

y — прогиб балки; K — коэффициент жесткости линейного упругого основания реакция, приходящаяся на единицу длины балки при прогибе, равном единице, $K = K_0 d$ (K_0 — коэффициент постели; d — диаметр нагеля).

Полагаем, что основание обладает всеми свойствами винклеровского упругого основания. Для нахождения общего интеграла уравнения (1) используется характеристическое уравнение

$$EIr^4 - {}^{1}N_0r^2 + K \stackrel{1}{=} 0. {2}$$

Решение уравнения (1) зависит от корней характеристического уравнения. Параметры EI, N_0 и K изменяются в широких пределах в зависимости от материала нагеля, размеров его поперечного сечения, угла наклона к продольным волокнам древесины. Характер - корней биквадратного уравнения (2) и путь отыскания общего интеграла уравнения (1) зависят от дискриминанта

$$D = N_0^2 - 4KEI. (3)$$

представлена информация о дискриминанте D при В таблице использовании нагелей типа 1, устанавливаемых с различными углами наклона а к продольным волокнам древесины.

При формировании уравнения (1) в работе [1] использовано выра-

жение для растягивающей силы

$$N_0 = KEI/(G\omega), \tag{4}$$

 G, ω — модуль сдвига материала й приведенная площадь поперечного сечения балки.

Подставив значение N_0 (4) в (3), получим выражение для дискриминанта

$$D = \sqrt{KEI} - 2G\omega. \tag{5}$$

Рассмотрим случай D < 0 (см. таблицу), т. е. $2 G \omega > V. KEI$

Вид напрягаемой арматуры, используемой в нагельном соединении	Дискриминант <i>D</i> при угле наклона нагеля α, град		
	45	60	90
Стержни из стали классов A-IV, A-V Пучки малые и большие из высокопрочной	<0	<0	<0
проволоки классов В-II, В _р -II	<0	<0	<0
Арматурные канаты классов: К-7 К-19 Стеклопластиковая арматура (СПА)*	>0 >0 >0	>0 >0 >0 >0	<0 <0 <0

* 6 СПА в арматурном элементе...

Согласно [1] общий интеграл уравнения (1)

$$y_x = e^{\alpha x} C_1 \cos \beta x + e^{\alpha x} C_2 \sin \beta x + e^{-\alpha x} C_3 \cos \beta x + e^{-\alpha x} \sin \beta x, \qquad (6)$$

$$\alpha = \sqrt[4]{K/(4EI)} \ V \overline{1 + \gamma}; \tag{7}$$

$$\beta = \sqrt[4]{K/(4EI)} \sqrt{1-\gamma}; \qquad (8)$$

$$\gamma = \frac{1}{2} \sqrt{N_0/(G\omega)}; \qquad (9)$$

 C_1 , C_2 , C_3 , C_4 — постоянные интегрирования, определяемые в зависимости от условий на концах загруженного участка балки.

Для получения уравнений эпюр y, φ , M и Q пелесообразно использовать метод начальных параметров.

Рассмотрим балку на упругом основании, загруженную на конце изгибающим моментом M_0 , поперечной силой Q_0 и растягивающей силой N_0 (рис. 2). Начало координат поместим на левом конце балки.

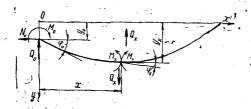


Рис. 2. Расчетная схема балки на упругом основании в случае сложного изгиба

При таком расположении координатных осей знаки деформаций и усилий считаем положительными. Введем обозначение

$$t = \alpha/\beta, \tag{10}$$

откуда

$$, \alpha = t\beta. \tag{11}$$

Подставив значение а в формулу (6), получим

$$y_x = e^{t\beta x} C_1 \cos \beta x + e^{t\beta x} C_2 \sin \beta x + e^{-t\beta x} C_3 \cos \beta x + e^{-t\beta x} C_4 \sin \beta x.$$
 (12)

Произведем дифференцирование (12) по x и запишем уравнения эпюр φ_x , M_x и Q_x :

$$\varphi_{x} = \frac{dy}{dx} = \beta \left[C_{1} \left(-e^{t\beta x} \sin \beta x + t e^{t\beta x} \cos \beta x \right) + C_{2} \left(e^{t\beta x} \cos \beta x + t e^{t\beta x} \sin \beta x \right) + C_{3} \left(-e^{-t\beta x} \sin \beta x - t e^{-t\beta x} \cos \beta x \right) + C_{4} \left(e^{-t\beta x} \cos \beta x - t e^{-t\beta x} \sin \beta x \right) \right];$$

$$+ t e^{t\beta x} \sin \beta x \right) + C_{3} \left(-e^{-t\beta x} \sin \beta x - t e^{-t\beta x} \cos \beta x \right) + C_{4} \left(e^{-t\beta x} \cos \beta x - t e^{-t\beta x} \sin \beta x \right) \right];$$

$$+ C_{4} \left(e^{-t\beta x} \cos \beta x - t e^{-t\beta x} \sin \beta x \right) \right];$$

$$- C_{2} \left[(t^{2} - 1) e^{t\beta x} \sin \beta x + 2t e^{t\beta x} \cos \beta x \right] - C_{3} \left[(t^{2} - 1) e^{-t\beta x} \cos \beta x \right] + C_{4} \left[(t^{2} - 1) e^{-t\beta x} \sin \beta x - 2t e^{-t\beta x} \cos \beta x \right] \right];$$

$$- C_{2} \left[(3t^{2} - 1) e^{t\beta x} \cos \beta x + t (t^{2} - 3) e^{t\beta x} \sin \beta x \right] + C_{3} \left[(3t^{2} - 1) e^{-t\beta x} \sin \beta x + t (t^{2} - 3) e^{-t\beta x} \cos \beta x \right] - C_{4} \left[(3t^{2} - 1) e^{-t\beta x} \sin \beta x + t (t^{2} - 3) e^{-t\beta x} \cos \beta x \right] - C_{4} \left[(3t^{2} - 1) e^{-t\beta x} \cos \beta x - t (t^{2} - 3) e^{-t\beta x} \cos \beta x \right] \right]$$

$$+ C_{3} \left[(3t^{2} - 1) e^{-t\beta x} \cos \beta x - t (t^{2} - 3) e^{-t\beta x} \sin \beta x \right] \right]$$

$$+ C_{4} \left[(3t^{2} - 1) e^{-t\beta x} \cos \beta x - t (t^{2} - 3) e^{-t\beta x} \sin \beta x \right] \right]$$

$$+ C_{5} \left[(3t^{2} - 1) e^{-t\beta x} \cos \beta x - t (t^{2} - 3) e^{-t\beta x} \sin \beta x \right] \right]$$

$$+ C_{5} \left[(3t^{2} - 1) e^{-t\beta x} \cos \beta x - t (t^{2} - 3) e^{-t\beta x} \sin \beta x \right]$$

$$+ C_{5} \left[(3t^{2} - 1) e^{-t\beta x} \cos \beta x - t (t^{2} - 3) e^{-t\beta x} \sin \beta x \right] \right]$$

$$+ C_{5} \left[(3t^{2} - 1) e^{-t\beta x} \cos \beta x - t (t^{2} - 3) e^{-t\beta x} \sin \beta x \right]$$

Выразим постоянные интегрирования через у, ф; М, Q в начале координат, т. е. через начальные параметры, и подставим $C_1 = y_0 - C_3$

$$C_1 = y_0 - C_3 \qquad 47 \tag{16}$$

из выражения (12) в φ_0 , M_0 и Q_0 (при x=0 $e^0=\cos 0=1$, $\sin 0=0$)

$$-\varphi_0 = \beta (ty_0 + C_2 - 2tC_3 + C_4); \quad \lambda$$
 (17)

$$M_0 = EI\beta_1^2 \left[y_0 (1 - t^2) - 2tC_2 + 2tC_4 \right];_{tr} \in \mathcal{A}_{0}$$
 (18)

$$Q_0 = E/\beta^3 \left[y_0 t \left(3 - t^2 \right) - \left(3t^2 - 1 \right) C_2 - 2t \left(3 - t^2 \right) C_3 - \left(3t^2 - 1 \right) C_4 \right]. \tag{19}$$

Запишем уравнения (17) — (19) в матричной форме

$$\begin{vmatrix} -1 & -2t & 1 \\ -2t & 0 & 2t \\ -3t^{2} + 1 & -2t(3-t^{2}) & -3t^{2} + 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} C_{2} \\ C_{3} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\varphi_{0}}{\beta} - ty_{0} \\ \frac{M_{0}}{EI\beta^{2}} - (1-t^{2})y_{0} \\ \frac{Q_{0}}{EI\beta^{3}} - t(3-t^{2})y_{0} \end{vmatrix}$$
(20)

ИЛИ

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{H}. \tag{20'}$$

Решение системы уравнений (20) относительно, C_2 , C_3 , C_4 ВИД

$$\vec{C} = A^{-1}\vec{H},\tag{21}$$

где A^{-1} — матрица, обратная матрице A, или

$$\begin{vmatrix} C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{3-t^2}{4(1+t^2)} - \frac{1}{4t} - \frac{1}{4(1+t^2)} \\ \frac{-3t^2+1}{4t(1+t^2)} & 0 & -\frac{1}{4t(1+t^2)} \\ \frac{3-t^2}{4(1+t^2)} & \frac{1}{4t} - \frac{1}{4(1+t^2)} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \frac{\varphi}{\beta} - ty_0^{\frac{1}{2}} \\ \frac{M_0}{EI\beta^2} - (1-t^2)y_0 \\ \frac{Q_0}{EI\beta^3} - t(3-t^2)y_0 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \frac{-t^{4}+1}{4t(1+t^{2})} y_{0} + \frac{3-t^{2}}{4(1+t^{2})} \frac{1}{\beta} \varphi_{0} - \frac{1}{4t} \frac{1}{EI\beta^{2}} M_{0} - \frac{1}{4(1+t^{2})} \frac{1}{EI\beta^{3}} Q_{0} \\ \frac{1}{2} y_{0} + \frac{-3t^{2}+1}{4t(1+t^{2})} \frac{1}{\beta} \varphi_{0} - \frac{1}{4t(1+t^{2})} \frac{1}{EI\beta^{3}} Q_{0} \\ \frac{t^{4}-1}{4t(1+t^{2})} y_{0} + \frac{3-t^{2}}{4(1+t^{2})} \frac{1}{\beta} \varphi_{0} + \frac{1}{4t} \frac{1}{EI\beta^{2}} M_{0} - \frac{1}{4(1+t^{2})} \frac{1}{EI\beta^{2}} Q_{0} \end{vmatrix}. (22)$$

Постоянную интегрирования C_1 найдем из выражений (12), (16) и

$$C_1 = \frac{1}{2} y_0 + \frac{3t^2 - 1}{4t(1 + t^2)} \frac{1}{\beta} \varphi_0 + \frac{1}{4t(1 + t^2)} \frac{1}{El\beta^3} Q_0.$$
 (23)

Введем промежуточные обозначения: ...

$$K_{1} = \frac{3t^{2} - 1}{t(1 + t^{2})}; \quad K_{2} = \frac{2}{t(1 + t^{2})}; \quad K_{3} = \frac{-t^{4} + 1}{4t(1 + t^{2})}; \quad K_{4} = \frac{3 - t^{2}}{1 + t^{2}}; \quad K_{5} = \frac{1}{t}; \quad K_{6} = \frac{2}{1 + t^{2}}, \quad (24)$$

тогда выражения для постоянных интегрирования, С принимают вид

$$C_1 = \frac{1}{2} y_0 + \frac{K_1}{48} \varphi_0 + \frac{K_2}{8E/\beta^3} Q_0;$$
 (25)

$$C_{1} = \frac{1}{2} y_{0} + \frac{K_{1}}{4\beta} \varphi_{0} + \frac{K_{2}}{8EI\beta^{3}} Q_{0}; , \qquad (25)$$

$$C_{2} = K_{3} y_{0} + \frac{K_{4}}{4\beta} \varphi_{0} - \frac{\hat{K}_{5}}{4EI\beta^{2}} M_{0} - \frac{E}{8EI\beta^{3}} Q_{0}; \qquad (26)$$

$$C_{3} = \frac{1}{2} y_{0} - \frac{K_{1}}{4\beta} \varphi_{0} - \frac{K_{2}}{8EI\beta^{3}} Q_{0}; \qquad (27)$$

$$C_4 = -K_3 y_0 + \frac{K_4}{4\beta} \varphi_0 + \frac{K_5}{4EI\beta^2} M_0 - \frac{K_6}{8EI\beta^3} Q_0.$$
 (28)

 3 Подставим значения постоянных интегрирования C (12) и приведем подобные члены:

$$y_{x} = y_{0} \left(\frac{e^{t\beta x} + e^{-t\beta x}}{2} \cos \beta x + 2K_{3} \frac{e^{t\beta x} - e^{-t\beta x}}{2} \sin \beta x \right) + \frac{1}{\beta} \varphi_{0} \left(\frac{K_{1}}{2} \frac{e^{t\beta x} - e^{-t\beta x}}{2!} \cos \beta x + \frac{K_{4}}{2} \frac{e^{t\beta x} + e^{-t\beta x}}{2!} \sin \beta x \right) - \frac{1}{EI\beta^{2}} M_{0} \frac{K_{5}}{2} \frac{e^{t\beta x} - e^{-t\beta x}}{2!} \sin \beta x - \frac{1}{EI\beta^{3}} Q_{0} \left(\frac{K_{6}}{4} \frac{e^{t\beta x} + e^{-t\beta x}}{2!} \sin \beta x - \frac{K_{2}}{4!} \frac{e^{t\beta x} - e^{-t\beta x}}{2!} \cos \beta x \right).$$
(29)

, Введем обозначения

$$A_{x} = \frac{e^{t\beta x} + e^{-t\beta x}}{2} \cos \beta x + 2K_{3} \frac{e^{t\beta x} - e^{-t\beta x}}{2} \sin \beta x = \operatorname{ch} t\beta x \cos \beta x + 2K_{3} \sinh t\beta x \sin \beta x;$$

$$(30)$$

$$B_{x} = \frac{1}{2} \left(K_{1} \frac{e^{t\beta x} - e^{-t\beta x}}{2} \cos \beta x + K_{4} \frac{e^{t\beta x} + e^{-t\beta x}}{2} \sin \beta x \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \left(K_{1} \sin t \beta x \cos \beta x + K_{4} \cot t \beta x \sin \beta x \right); \qquad (31)$$

$$C_x = \frac{1}{2} K_5 \frac{e^{t\beta x} - e^{-t\beta x}}{2} \sin \beta x = \frac{1}{2} K_5 \sin t\beta x; \qquad (32)$$

$$D_x = \frac{1}{4} \left(K_6 \frac{e^{t\beta x} + e^{-t\beta x}}{2} \sin \beta x - K_2 \frac{e^{t\beta x} - e^{-t\beta x}}{2} \cos \beta x \right) =$$

$$= \frac{1}{4} \left(K_6 \operatorname{ch} t \beta x \sin \beta x - K_2 \operatorname{sh} t \beta x \cos \beta x \right). \tag{33}$$

Подставим гиперболо-тригонометрические функции A_x , B_x , C_x , D_x (30) — (33) в уравнение (29), тогда уравнение эпюры прогибов примет вид

$$y_x = y_0 A_x + \frac{1}{\beta} \varphi_0 B_x - \frac{1}{E/\beta^2} M_0 C_x - \frac{1}{E/\beta^3} Q_0 D_x.$$
 (34)

Уравнения эпюр φ_x , M_x и Q_x получим непосредственным дифференцированием выражения (34). Возьмем первые производные от функций влияния A_x , B_x , C_x , D_x :

$$\frac{dA_x}{dx} = \frac{1}{2} \beta \left[-(1+t^2) \operatorname{ch} t \beta x \sin \beta x + \frac{1+t^2}{t} \operatorname{sh} t \beta x \cos \beta x \right]; \tag{35}$$

$$\frac{dB_x}{dx} = \frac{1}{2} \beta \left[\frac{1+t^2}{t} \sinh t \beta x \sin \beta x + 2 \cosh t \beta x \cos \beta x \right]; \tag{36}$$

$$\frac{dC_x}{dx} = \frac{1}{2t} \beta \left(\sinh t \beta x \cos \beta x + t \cosh t \beta x \sin \beta x \right); \tag{37}$$

$$\frac{dD_x}{dx} = \frac{1}{2t} \beta \sinh t \beta x \sin \beta x. \tag{38}$$

Анализ выражений (35) — (38) и (30) — (33) позволяет, установить взаимосвязь $\frac{dA_x}{dx}$ чи D_x , $\frac{dB_x}{dx}$ чи A_x ; $\frac{dC_x}{dx}$ чи B_x ; $\frac{dD_x}{dx}$ чи C_x . Здесь имеются одни и те же тригонометрические и гиперболические функции при одинаковом их сочетании. Это позволяет представить выражения (35) — (38) в следующем виде:

$$\frac{dA_x^2}{dx} = -\beta (1+t^2)^2 D_x; \tag{35'}$$

$$\frac{dB_x}{dx} = \beta A_x; \tag{36'}$$

$$\frac{dC_x}{dx} = \frac{(e \beta)}{3t^2 - 1} \left[(1 + t^2) B_x + 2 (1 - t^2) \cosh t \beta x \sin \beta x \right]; \tag{37'}$$

$$\frac{dD_x}{dx} \stackrel{\text{def}}{=} \beta C_x. \tag{38'}$$

Подставив значения первых производных функций A_x , B_x , C_x , D_x в уравнение (34), получим уравнение эпюры углов поворота

$$\begin{array}{c}
\varphi_{x} = \varphi_{0} A_{x} + \frac{\pi}{EI\beta} M_{0} \frac{1}{3t^{2} - 1} \left[(1 + t^{2}) B_{x} + 2 (1 - t^{2}) \operatorname{ch}_{t} t \beta_{x} \sin \beta_{x} \right] \\
- \frac{1}{EI\beta^{2}} Q_{0} C_{x} - \beta y_{0} (1 + t^{2})^{2} D_{x}, & \text{i.e.} & \text{f.e.a.c.} \end{cases} (1) \quad (39)$$

Вторые производные от функций A_x , B_x , C_x , D_x с учетом взаимосвязи $\frac{d^2A_x}{dx^2}$ и C_x ; $\frac{d^2B_x}{dx^2}$ и D_x ; $\frac{d^2C_x}{dx^2}$ и A_x ; $\frac{d^2D_x}{dx^2}$ и B_x имеют вид

$$\frac{d^2 A_x}{dx^2} = \beta^2 \left(-\frac{t^6 + 3t^4 + 3t^2 + 1}{1 + t^2} C_x \right); \tag{40}$$

$$\frac{d^2B_x}{dx^2} = -\beta^2 (1+t^2)^2 D_x; (41)$$

$$\frac{d^2C_x}{dx^2} \frac{d^2C_x}{dx^2} \frac{1}{\sqrt{t^2 + t^2}} \beta^2 \left[\frac{d^4 - 1}{t(1 + t^2)} \sinh t\beta x \sin \beta x + A_x \right]; \tag{42}$$

$$\frac{d^2 D_x}{dx^2} = \beta^2 \left[\frac{2(t^2 - 1)}{3t^2 - 1} \operatorname{ch} t \beta x \sin \beta x + \frac{1}{t} B_x \right], \tag{43}$$

) Подставив значения вторых производных функций A_x , B_x , C_x , D_x в уравнение (34) и умножив его на -EI, получим уравнение эпюры изгибающих моментов A_x (31) A_x (41) A_x (42) A_x (43) A_x (44) A_x (45) A_x (45) A_x (45) A_x (45) A_x (47) $A_$

$$M_{x} = M_{0} \left[\frac{3t^{2} - 1}{t(1 + t^{2})} \sinh t \beta x \sin \beta x + A_{x} \right] + \frac{(t_{1})}{\beta} Q_{0} \left(\frac{t^{2} - 1}{3t^{2} - 1} \cosh t \beta x \sin \beta x + \frac{t_{1}}{\beta} \right)$$

$$+\frac{1}{t}B_x)^{1} + \beta^2 E I y_0^{\frac{1}{2}} \frac{t^6 + 3t^4 + 3t^2 + 1}{1 + t^2} C_x + \beta E I \varphi_0 (1 + t^2)^2 D_x. \tag{44}$$

третьи производные от функций A_x , B_x , C_x , D_x с учетом взаимоствязи $\frac{d^3A_x}{dx^3}$ и B_x ; $\frac{d^3B_x}{dx^3}$ и C_x ; $\frac{d^3C_x}{dx^3}$, и D_x ; $\frac{d^3D_x}{dx^3}$ и A_x запишем

В виде
$$\frac{d^3A_x}{dx^3} = \beta^3 \left(\frac{t^8 + 4t^6 + 6t^4 + 4t^2 + 1}{3t^4 + 2t^2 - 1} B_x + \frac{2t^8 + 4t^6 - 4t^3 - 2}{3t^4 + 2t^2 - 1} \operatorname{sh} t\beta x \sin \beta x \right); \quad (45)$$

$$\frac{d^3B_x}{dx^3} = -\beta^3 \left(1 + t^2 \right)^2 C_x; \quad (46)$$

$$\frac{d^3B_x}{dx^3} = -\beta^3 (1 + t^2)^2 C_x; \tag{46}$$

(78)
$$\frac{d^3C_x}{dx^3} = \beta^3 \left[\frac{2(t^2 - 1)}{t} \operatorname{sh} t\beta x \cos \beta x + (t^4 - 2t^3 - 3) D_x \right]; \tag{47}$$

$$\frac{d^3D_x}{t dx^3} = \beta^3 \left[\frac{t^5 + t^4 - t - 1}{2t(1 + t^2)} + A_x \right]. \tag{48}$$

Подставив значения третьих производных функций A_x , B_x , C_x , D_x в уравнение (34) и умножив его на -EI, получим уравнение эпюры поперечных сил

$$[Q_x] = Q_0 \left[\frac{t^5 + t^4 - t - 1}{2t(1 + t^2)} + A_x \right] + \beta^3 E I y_0 \left(\frac{2t^8 + 4t^6 - 4t^3 - 2}{3t^4 + 2t^2 - 1} \sin \beta x + \frac{t^3}{8t^4} \right)$$

$$+\frac{t^{8}+4t^{6}+6t^{4}+4t^{2}+1}{3t^{4}+2t^{2}-1}B_{x}+\beta^{2}EI\varphi_{0}(1+t^{2})^{2}C_{x}+$$

$$+\beta M_0 \left[\frac{2(t^2-1)}{t} \sinh t \beta x \cos \beta x + (t^4 - 2t^2 - 3) D_x \right]. \tag{49}$$

, Если в расчетной схеме (рис. 2) отсутствует, растягивающее усилие N_0 , то уравнения эпюр деформаций и усилий y, φ , M и Q совпадают с решением A. A. Уманского для балки на упругом основании, загруженной на конце изгибающим моментом M_0 и поперечной силой Q_0 [2]. Эти уравнения позволяют производить расчеты нагелей типа 2 (см. рис. 1).

Для балок на упругом основании характерно проявление краевого эффекта, т. е. затухание всех элементов изгиба балки, вызванного локальными усилиями, по мере удаления от места их приложения. *Согласно [1] для полубесконечной балки протяженность $l_{\rm кp}$ участка влияния усилий на конце балки

$$l_{\rm kp} \approx (1,5 \dots 2;0) \sqrt[4]{EI/K} \,. \tag{50}$$

Для различного вида нагелей $l_{\rm kp} = 8 \dots 25$ см. Принятие длины нагеля более l_{κ_0} в большинстве случаев связано с выполнением ими

дополнительных функций и разного рода конструктивных требований. Представление общего интеграла уравнения (1) по методу начальных параметров позволяет не только получить общий интеграл уравнения $EI \frac{d^4y}{dx^4} - N_0 \frac{d^2y}{dx^2} = P - Ky$, когда P дана в виде непрерывной функции х, но и учесть произвольную прерывную и сосредото-

ченную нагрузки, а также заранее заданную деформацию балки. Учет растягивающей осевой силы N_0 целесообразен при $N_0 \geqslant$

 \geqslant 0,8 . . . 1,0 \sqrt{KEI} [1].

Приведенное решение может быть использовано при учете влияния сдвига на изгиб. Второй член левой части формулы (1) принимает вид $\frac{KEId^2y}{G\omega dx^2}$, что отразится на изменении значения коэффициента γ ($\gamma = \sqrt{KEI}/(2G\omega)$). Практически сдвиг целесообразно учитывать начиная с соотношения $\gamma > 0,2\dots 0,3$ [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Справочник по строительной механике корабля. Т. 1.— Л.: Судостроение, 1982.—376 с. [2]. У манский А. А. Специальный курс строительной механики. Ч. 1.— М.; Л.: ОНТИ, 1935.—238 с.

Поступила 19 июля 1991 г.

УДК 625.731.001.24)

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ДВУХСЛОЙНЫХ ЗИМНИХ ДОРОГ НА БОЛОТАХ

В. С. МОРОЗОВ СевНИИП

К двухслойным зимним дорогам на болотах относятся конструкции, верхний слой которых представляет собой насыпь из минерального грунта, нижний — мерзлый торф. Основание дороги — талый торф, деформационные свойства которого характеризуются коэффициентом постели С.

Основные положения методики исследования напряженно-деформированного состояния зимних дорог на болотах приведены в работах [1, 2]. Для схемы, изображенной на рис. 1, имеем следующие расчетные зависимости:

нейтральная ось проходит по мерзлому минеральному грунту

$$B_{1}E_{0}\left[v^{2}\left(3-v\right)-\left(v-v_{1}\right)^{2}\left(3-v-2v_{1}\right)\right]-B_{2}E_{20}\left[\left(1-v\right)^{3}-\left(v-v_{1}\right)^{2}\left(3-v-2v_{1}\right)\right]=0; \tag{1a}$$

$$E_{9} = \{B_{1}E_{0} \left[v^{3} (4 - v) - (v - v_{1})^{3} (4 - v - 3v_{1}')\right] + B_{2}E_{20} \left[(1 - v)^{4} - (v - v_{1})^{3} (4 - v - 3v_{1})\right]\}/B;$$
(16)

The particular transfer.

по мерзлому торфу

$$B_{1}E_{0}\left[\mathbf{v}^{2}\left(3-\mathbf{v}\right)-\left(\mathbf{v}-\mathbf{v}_{1}\right)^{2}\left(3-\mathbf{v}-2\mathbf{v}_{1}\right)\right]+B_{2}E_{10}\left(\mathbf{v}-\mathbf{v}_{1}\right)^{2}\left(3-\mathbf{v}-2\mathbf{v}_{1}\right)-B_{2}E_{20}\left(1-\mathbf{v}\right)^{3}=0;$$
(2a)

$$E_{9} = \{B_{1}E_{0} \left[v^{3} \left(4 - v \right) - \left(v - v_{1} \right)^{3} \left(4 - v - 3v_{1} \right) \right] + B_{2}E_{10} \left(v - v_{1} \right)^{3} \left(4 - v - 3v_{1} \right) + B_{2}E_{20} \left(1 - v \right)^{4} \} / B;$$
 (26)

по границе между слоями

$$B_1 E_0 v^2 (3 - v) - B_2 E_{20} (1 - v)^3 = 0$$
 (3a)

$$E_{\bullet} = B_1 E_0 v^3 (4 - v) - B_2 E_{20} (1 - v)^4.$$
 (36)

Здесь

 B_1 , B_2 — ширина верхнего и нижнего слоев насыпи; E_0 , E_{10} , E_{20} — модули упругости соответственно грунта, мерзлого торфа на сжатие и растяжение при температуре воздуха на поверхности проезжей части дороги;