

УДК 621.935

Г.Ф. Прокофьев, И.И. Иванкин, Н.И. Дундин

Прокофьев Геннадий Федорович родился в 1940 г., окончил в 1964 г. Архангельский лесотехнический институт, профессор, доктор технических наук, профессор кафедры прикладной механики Архангельского государственного технического университета, действительный член РАЕН. Имеет более 200 печатных работ в области прикладной механики и интенсификации переработки древесины путем совершенствования лесопильного оборудования и дереворежущего инструмента.



Иванкин Илья Игоревич родился в 1971 г., окончил в 1994 г. Архангельский лесотехнический институт, старший преподаватель кафедры машин и оборудования лесного комплекса Архангельского государственного технического университета. Имеет около 20 печатных работ в области лесопильного оборудования и инструмента.



Дундин Николай Иванович родился в 1955 г., окончил в 1981 г. Архангельский лесотехнический институт, кандидат технических наук, заведующий кафедрой прикладной механики Архангельского государственного технического университета. Имеет более 50 печатных работ в области прикладной механики и лесопильного оборудования.

**ИССЛЕДОВАНИЕ НАЧАЛЬНОЙ ЖЕСТКОСТИ ПОЛОСОВЫХ ПИЛ**

Приведены результаты теоретических исследований начальной жесткости полосовых пил. При выводе формул для расчета начальной жесткости энергетическим методом рассмотрены случаи установки пил в направляющих без зазора и с зазором; предложено их использовать для определения путей совершенствования ленточнопильных станков.

жесткость пил, боковые силы, энергия деформации, изгиб, кручение.

В лесопилении широко применяют лесопильные рамы и ленточнопильные станки, в качестве режущего инструмента используют пилы, представляющие собой в зоне резания стальные полосы, на одной из кромок которых насечены зубья.

Производительность оборудования и качество пиления в значительной степени зависят от точности получаемых пиломатериалов. Последняя определяется точностью настройки станка на заданные толщины выпили-

ваемых пиломатериалов (позиционирование пил) и точностью пиления. Вопросы повышения точности настройки лесопильных рам и ленточнопильных станков рассмотрены в работе [1], аналитический метод оценки точности пиления древесины приведен в работе [3].

Для повышения точности пиления необходимо уменьшать силы, действующие на пилу в процессе пиления, и повышать способность пил противодействовать этим силам.

Способность пил противодействовать боковым силам характеризуется их жесткостью. Различают три вида жесткости [2]: собственную жесткость j_c ненатянутой пилы; начальную жесткость j_n натянутой пилы при отсутствии действия на нее сил сопротивления резанию; рабочую жесткость j_p пилы с учетом действующих на нее сил сопротивления резанию.

Для определения рабочей жесткости пилы, по которой оценивается точность пиления [1], необходимо знать ее начальную жесткость:

$$j_n = \frac{Q}{w}, \quad (1)$$

где Q – боковая сила, приложенная к режущей кромке пилы на середине ее свободной длины l ;

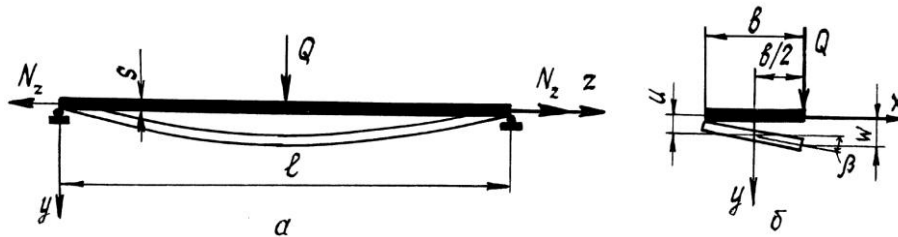
w – отклонение (прогиб) пилы.

Из уравнения (1) следует, что для определения начальной жесткости необходимо знать величину прогиба растянутой пилы под действием боковой силы. Для определения прогибов пилы, предложена расчетная схема, представленная на рис. 1.

Пила толщиной S и шириной b натянута равномерно распределенной силой $N_z = N/b$. Для определения прогибов пилы воспользуемся энергетическим методом.

Рис. 1. Расчетная схема для определения прогибов пилы: a – вид сбоку; b – вид с торца

Потенциальная энергия деформации пилы U складывается из потенциальных энергий растяжения U_p , изгиба $U_{из}$ и кручения $U_{кр}$. Уравнения для расчета приведено в [4]:



$$U = U_p + U_{из} + U_{кр} = \frac{1}{2} \int_0^l \int_{-b/2}^{b/2} N_z \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 dx dz + \frac{B}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2 u}{dz^2} \right)^2 dz + \frac{C}{2} \int_0^l \left(\frac{d\beta}{dz} \right)^2 dz, \quad (2)$$

где $B = EJ$ – жесткость пилы при изгибе, Н·мм²;

- E – модуль упругости материала пилы, МПа;
 $J = bs^3/12$ – момент инерции сечения пилы при изгибе, мм⁴;
 u – прогиб пилы при изгибе, мм;
 $C = GJ_\rho$ – жесткость пилы при кручении, Н·мм²;
 G – модуль сдвига материала пилы, МПа;
 $J_\rho \approx bs^3/3$ – момент инерции сечения пилы при кручении, мм⁴;
 β – угол поворота сечения пилы при кручении, рад.

Деформация полотна пилы складывается из прогиба продольной оси пилы и поворота сечения пилы вокруг нее (рис. 1).

Прогиб оси пилы на расстоянии z от одного из концов, принятого за начало координат, можно выразить как

$$u = \sum_{n=1}^{n=\infty} \bar{u}_n \sin \frac{n\pi z}{l}; \quad (3)$$

угол поворота сечения пилы, расположенного на расстоянии z от одного из концов,

$$\beta = \sum_{n=1}^{n=\infty} \bar{\beta}_n \sin \frac{n\pi z}{l}. \quad (4)$$

Тогда прогиб любой точки пилы под действием боковой силы Q , приложенной к кромке пилы на середине ее свободной длины, найдем по формуле

$$w = u + \beta x = \sum_{n=1}^{n=\infty} \left(\bar{u}_n \sin \frac{n\pi z}{l} + \bar{\beta}_n x \sin \frac{n\pi z}{l} \right). \quad (5)$$

Подставив выражения (3)–(5) в (2) и выполнив соответствующие преобразования, получим уравнение для определения потенциальной энергии деформации пилы:

$$U = N \frac{\pi^2}{4l} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{n=\infty} n^2 \left(\bar{u}_n^2 + \bar{\beta}_n^2 \frac{b^2}{12} \right) + \frac{\pi^4}{4l^3} B \sum_{n=1,3,5,\dots}^{n=\infty} n^4 \bar{u}_n^2 + \frac{\pi^2}{4l} C \sum_{n=1,3,5,\dots}^{n=\infty} n^2 \bar{\beta}_n^2. \quad (6)$$

Если коэффициентам \bar{u}_n или $\bar{\beta}_n$ дать приращение $d\bar{u}_n$ или $d\bar{\beta}_n$, то это будет соответствовать дополнительному бесконечно малому прогибу $d\bar{u}_n$ или $(b/2) d\bar{\beta}_n$. При этом сила Q совершит работу $dW = Q d\bar{u}_n$ или $dW = Q(b/2) d\bar{\beta}_n$.

При дополнительном бесконечно малом прогибе $d\bar{u}_n$ потенциальная энергия деформации выражается уравнением

$$dU = \frac{\partial U}{\partial \bar{u}_n} d\bar{u}_n = \frac{\pi^2 n^2}{2l} N \bar{u}_n d\bar{u}_n + \frac{\pi^4 n^4}{2l^3} B \bar{u}_n d\bar{u}_n.$$

Так как $dW = dU$, то

$$\left(\frac{\pi^2 n^2}{2l} N + \frac{\pi^4 n^4}{2l^3} B \right) \bar{u}_n d\bar{u}_n = Q d\bar{u}_n.$$

Отсюда

$$\bar{u}_n = \frac{Q}{\frac{\pi^2 n^2}{2l} N + \frac{\pi^4 n^4}{2l^3} B}. \quad (7)$$

Аналогично при дополнительном бесконечно малом прогибе $d\bar{\beta}_n$

$$\begin{aligned} dU &= \frac{\partial U}{\partial \bar{\beta}_n} d\bar{\beta}_n = \frac{\pi^2 n^2 b^2}{24l} N \bar{\beta}_n d\bar{\beta}_n + \frac{\pi^2 n^2}{2l} C \bar{\beta}_n d\bar{\beta}_n; \\ \left(\frac{\pi^2 n^2 b^2}{24l} N + \frac{\pi^2 n^2}{2l} C \right) \bar{\beta}_n d\bar{\beta}_n &= Q (b/2) d\bar{\beta}_n; \\ \bar{\beta}_n &= \frac{Q}{\frac{\pi^2 n^2 b}{12l} N + \frac{\pi^2 n^2}{l b} C}. \end{aligned} \quad (8)$$

Подставив выражения (7), (8) в (5), для $x = b/2$ и $z = l/2$ получим

$$w = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{n=\infty} \left(\frac{Q}{\frac{\pi^2 n^2}{2l} N + \frac{\pi^4 n^4}{2l^3} B} + \frac{Q}{\frac{\pi^2 n^2}{6l} N + \frac{2\pi^2 n^2}{l b^2} C} \right). \quad (9)$$

Отсюда жесткость пилы

$$j_n = 1 / \sum_{n=1,3,5,\dots}^{n=\infty} \left(\frac{1}{\frac{\pi^2 n^2}{2l} N + \frac{\pi^4 n^4}{2l^3} B} + \frac{1}{\frac{\pi^2 n^2}{6l} N + \frac{2\pi^2 n^2}{l b^2} C} \right). \quad (10)$$

Формула (9) получена для случаев, когда отсутствуют направляющие пилы или зазор между пилой и направляющими (на практике часто устанавливают ленточные пилы в направляющие с зазором).

Рассмотрим расчетную схему (рис. 2) для определения жесткости полосовых пил с учетом зазора δ между пилой и направляющими. Под действием боковой силы Q , приложенной к режущей кромке на середине свободной длины l , кромка пилы получает прогиб w , который складывается

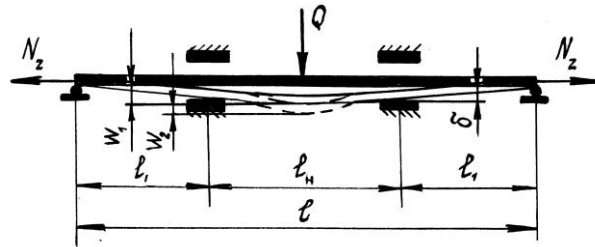


Рис. 2. Расчетная схема для определения прогибов пилы

из прогибов w_1 (получаемого при касании направляющих) и w_2 (получаемого после касания направляющих).

Направляющие от левой опоры находятся на расстоянии l_1 . Прогиб пилы w_1 на этом расстоянии при касании пилой направляющих

$$w_1 = \delta = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{n=\infty} \left(\frac{Q_1}{\frac{\pi^2 n^2}{2l} N + \frac{\pi^4 n^4}{2l^3} B} + \frac{Q_1}{\frac{\pi^2 n^2}{6l} N + \frac{2\pi^2 n^2}{l b^2} C} \right) \sin \frac{n\pi l_1}{l}, \quad (11)$$

где Q_1 – часть боковой силы Q , необходимая для достижения такого прогиба кромки пилы, при котором она касается направляющих.

Отсюда

$$Q_1 = \delta / \left(\sum_{n=1,3,5,\dots}^{n=\infty} \left(\frac{1}{\frac{\pi^2 n^2}{2l} N + \frac{\pi^4 n^4}{2l^3} B} + \frac{1}{\frac{\pi^2 n^2}{6l} N + \frac{2\pi^2 n^2}{l b^2} C} \right) \sin \frac{n\pi l_1}{l} \right). \quad (12)$$

Часть боковой силы, которая изгибает пилу после касания ею направляющих, $Q_2 = Q - Q_1$. Прогиб пилы при свободной длине l_n (расстояние между направляющими) под действием силы Q_2 на середине длины l_n

$$\begin{aligned}
 w_2 &= \sum_{n=1,3,5,\dots}^{n=\infty} \left(\frac{1}{\frac{\pi^2 n^2}{2l_n} N + \frac{\pi^4 n^4}{2l_n^3} B} + \frac{1}{\frac{\pi^2 n^2}{6l_n} N + \frac{2\pi^2 n^2}{l_n b^2} C} \right) Q_2 = \\
 &= \sum_{n=1,3,5,\dots}^{n=\infty} \left(\frac{1}{\frac{\pi^2 n^2}{2l_n} N + \frac{\pi^4 n^4}{2l_n^3} B} + \frac{1}{\frac{\pi^2 n^2}{6l_n} N + \frac{2\pi^2 n^2}{l_n b^2} C} \right) \times \\
 &\times \left\{ Q - \delta / \left[\sum_{n=1,3,5,\dots}^{n=\infty} \left(\frac{1}{\frac{\pi^2 n^2}{2l} N + \frac{\pi^4 n^4}{2l^3} B} + \frac{1}{\frac{\pi^2 n^2}{6l} N + \frac{2\pi^2 n^2}{l b^2} C} \right) \sin \frac{n\pi l_1}{l} \right] \right\}. \quad (13)
 \end{aligned}$$

Прогиб пилы на середине свободной длины l при действии боковой силы Q_1

$$w_1 = \frac{\delta}{\sin \frac{\pi l_1}{l}}. \quad (14)$$

Суммарный прогиб пилы в месте действия боковой силы

$$w = w_1 + w_2. \quad (15)$$

Подставив в уравнение (15) выражения (13) и (14), получим

$$\begin{aligned}
 w &= \frac{\delta}{\sin \frac{\pi l_1}{l}} + \sum_{n=1,3,5,\dots}^{n=\infty} \left(\frac{1}{\frac{\pi^2 n^2}{2l_n} N + \frac{\pi^4 n^4}{2l_n^3} B} + \frac{1}{\frac{\pi^2 n^2}{6l_n} N + \frac{2\pi^2 n^2}{l_n b^2} C} \right) \times \\
 &\times \left\{ Q - \delta / \left[\sum_{n=1,3,5,\dots}^{n=\infty} \left(\frac{1}{\frac{\pi^2 n^2}{2l} N + \frac{\pi^4 n^4}{2l^3} B} + \frac{1}{\frac{\pi^2 n^2}{6l} N + \frac{2\pi^2 n^2}{l b^2} C} \right) \sin \frac{n\pi l_1}{l} \right] \right\}. \quad (16)
 \end{aligned}$$

Жесткость пилы

$$j_n = Q \left\{ \frac{\delta}{\sin \frac{\pi l_1}{l}} + \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(\frac{1}{\frac{\pi^2 n^2}{2l_n} N + \frac{\pi^4 n^4}{2l_n^3} B} + \frac{1}{\frac{\pi^2 n^2}{6l_n} N + \frac{2\pi^2 n^2}{l_n b^2} C} \right) \times \right. \\ \left. \times \left[Q - \delta \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left(\frac{1}{\frac{\pi^2 n^2}{2l} N + \frac{\pi^4 n^4}{2l^3} B} + \frac{1}{\frac{\pi^2 n^2}{6l} N + \frac{2\pi^2 n^2}{lb^2} C} \right) \sin \frac{n\pi l_1}{l} \right] \right\} \quad (17)$$

Пусть имеем следующие расчетные параметры: $l = 1800$ мм; $l_1 = 700$ мм; $l_n = 400$ мм; $b = 110$ мм; $s = 1,2$ мм; $N = 8$ кН; $Q = 10$ Н; $E = 2,15 \cdot 10^5$ МПа; $G = 8,1 \cdot 10^4$ МПа; $\delta = 0,15$ мм.

Расчеты произведены на компьютере с помощью математического пакета Mathcad 8.0 фирмы MathSoft, Inc. После подстановки в формулу (17) с учетом только первых двух членов ряда ($n = 1, 3$) имеем $j_n = 23,1$ Н/мм, а при $n = 1, 3, 5, \dots, 100001 - j_n = 21,9$ Н/мм. Таким образом, погрешность составляет 5,2 %, что приемлемо для практических целей.

Зазор, мм	Начальная жесткость ленточной пилы, Н/мм, при силе натяжения, кН		
	6	7	8
0,00	24,0	26,7	29,3
0,05	21,9	24,2	26,3
0,10	20,3	22,1	23,9
0,15	18,8	20,4	21,9
0,20	17,5	18,9	20,2
0,25	16,4	17,6	18,8

В таблице приведены результаты расчетов начальной жесткости ленточной пилы j_n в зависимости от зазора между пилой и направляющими δ и силы натяжения N при перечисленных выше параметрах.

На рис. 3 по данным таблицы построены графики, отражающие связь между начальной жесткостью ленточной пилы j_n , зазором δ между пилой и направляющими и силой натяжения N .

Полученные нами результаты показывают, что при увеличении зазора между пилой и направляющими на 0,05 мм следует увеличить силу натяжения пилы приблизительно на 1 кН для достижения аналогичной жесткости.

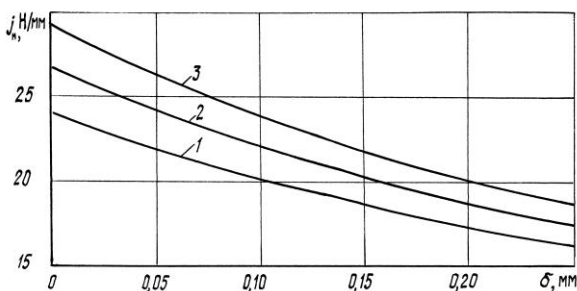


Рис. 3. Зависимости начальной жесткости ленточной пилы j_n от зазора δ между пилой и направляющими δ ($l = 1800$ мм; $l_1 = 700$ мм; $l_n = 400$ мм; $b = 110$ мм; $s = 1,2$ мм; $Q = 10$ Н) и при следующих значениях силы натяжения N : 1 – 6 кН; 2 – 7; 3 – 8 кН

Приведенные в статье формулы могут быть использованы для определения начальной жесткости пил при выборе оптимальных параметров и дальнейшем совершенствовании ленточнопильных станков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прокофьев Г.Ф. Интенсификация пиления древесины рамными и ленточными пилами. – М.: Лесн. пром-сть, 1990. – 240 с.
2. Прокофьев Г.Ф. Некоторые вопросы точности рамного пиления // Совершенствование технологии и оборудования лесопильного производства. – Архангельск, 1981. – С. 69–75.
3. Прокофьев Г.Ф. Точность пиления древесины рамными и ленточными пилами / Лесн. журн. – 1996. – № 6. – С. 74–80. – (Изв. высш. учеб. заведений)
4. Тимошенко С.П. Устойчивость упругих систем. – 2-е изд. – М.: Гостехиздат, 1955. – 576 с.

Архангельский государственный
технический университет

Поступила 05.03.01

G.F. Prokofjev, I.I. Ivankin, N.I. Dundin
Investigation of Initial Hardness of Strip Saws

The results of theoretical investigations of the initial hardness for strip saws are given. When developing formulas for calculating the initial hardness by the energy method the cases are viewed for saws installment in the guides with clearance and without it. The formulas obtained may be used for determining the ways of updating band saw machines.
