

*С.П. Агеев<sup>1</sup>, Р.В. Дерягин<sup>2</sup>, А.М. Копейкин<sup>3</sup>, Н.И. Богданович<sup>3</sup>*

<sup>1</sup> Филиал «Севмашвтуз» Санкт-Петербургского государственного морского технического университета

<sup>2</sup> Вологодский государственный университет

<sup>3</sup> Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова

Агеев Сергей Петрович родился в 1957 г., окончил в 1979 г. Архангельский лесотехнический институт имени В.В. Куйбышева, кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизированных систем технической подготовки производства филиала «Севмашвтуз» СПбГМТУ. Имеет более 50 научных работ в области электроснабжения промышленных предприятий. Тел.: 8(8182) 20-03-57



Дерягин Руслан Валентинович родился в 1939 г., в 1963 г. окончил Архангельский лесотехнический институт имени В.В. Куйбышева, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теории и проектирования машин и механизмов Вологодского государственного университета. Имеет более 130 печатных работ в области динамики машин и оборудования деревообрабатывающей промышленности, металлургического оборудования, современных проблем технологии деревообработки. E-mail: [tpmm@mh.vstu.edu.ru](mailto:tpmm@mh.vstu.edu.ru)



Копейкин Адольф Михайлович родился в 1936 г., окончил в 1959 г. Архангельский лесотехнический институт имени В.В. Куйбышева, доктор технических наук, профессор кафедры лесопильно-строгальных производств Северного (Арктического) федерального университета, заслуженный работник лесной промышленности РФ. Имеет более 100 научных трудов в области прогнозирования, технологии лесопиления и деревообработки. Тел.: 8(8182) 21-61-66



Богданович Николай Иванович родился в 1943 г., окончил в 1969 г. Ленинградскую лесотехническую академию, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой лесохимических производств Северного (Арктического) федерального университета, заслуженный работник высшей школы РФ. Имеет более 320 печатных трудов в области изучения пиролиза древесины и отходов ее химической и механической переработки с получением адсорбентов для очистки сточных вод и газовых выбросов, а также адсорбционных методов очистки сточных вод и переработки осадков. Тел.: (8182) 21-89-46



## **ВЕРОЯТНОСТНОЕ ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭНЕРГОИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЛЕСОПИЛЬНЫХ РАМ**

Установлены вероятностные законы распределения энергетических показателей работы лесопильных рам, а также выявлены факторы, влияющие на характер изменения этих показателей.

*Ключевые слова:* лесопильная рама, эффективное время распиловки бревен, производительность, потребляемая мощность, удельный расход электроэнергии, плотность распределения вероятностей, математическое ожидание, дисперсия случайной величины.

Как известно, характер потребления электроэнергии промышленным предприятием в целом определяется характером потребления ее отдельными механизмами, который, в свою очередь, зависит от режима протекания технологического процесса. Производство пилопродукции является сложным технологическим процессом и осуществляется на специализированном оборудовании с большим элек-

тропотреблением по различным технологиям. Энергозатраты на производство единицы пилопродукции иногда необоснованно завышены и могут существенно отличаться от нормативных. Не принимается во внимание функциональная связь между технологическим режимом оборудования и удельным электропотреблением. Следует отметить, что большая часть пиломатериалов вырабатывается с применением лесопильных рам (до 82–86%), существенно меньшая с использованием фрезернопильных агрегатов, круглопильных и ленточнопильных станков. Проблема повышения энергоэффективности лесопильного производства может быть решена при комплексном рассмотрении и оптимизации технологической и энергетической составляющих производственного процесса [1].

Характерной особенностью процессов деревообработки является то, что в них постоянно проявляется воздействие различных случайных факторов. Поэтому для более полного изучения основных закономерностей функционирования производственных процессов на деревообрабатывающих предприятиях необходимо рассматривать эти процессы как разновидности случайных процессов [2].

Одним из наиболее энергоемких цехов лесопильно-деревообрабатывающих комбинатов является лесопильное производство. В работе [3] была предложена математическая модель нагружения механизма главного привода лесопильной рамы. Согласно этой модели лесопильная рама (ЛР) рассматривается как система массового обслуживания (СМО). Работа такой СМО характеризуется временем, которое затрачивается на обслуживание одной заявки. В общем случае это время является случайной величиной, распределенной по закону Эрланга. Для анализа продолжительности распиловки отдельных бревен был использован метод этапов, согласно которому распиловка отдельных бревен рассматривается как случайный марковский процесс, состоящий из ряда этапов (стадий).

В настоящей работе проводится анализ взаимосвязей показателей режима работы лесопильных рам, а также нахождение законов распределения и числовых характеристик этих показателей как случайных величин. Для целей анализа электропотребления к числу таких показателей следует отнести:

- эффективное время  $T_{\text{э}}$  распиловки сортировочной группы бревен;
- среднечасовая производительность  $A_{\text{э}}$  за эффективное время;
- среднечасовая потребляемая мощность  $P_{\text{э}}$  за эффективное время;
- удельный расход электроэнергии  $d_{\text{э}}$  за эффективное время.

Определим закон распределения вероятностей эффективного времени распиловки одной сортировочной группы бревен в течение рабочей смены. Так как все бревна одной сортировочной группы однотипны и время распиловки одного из них не зависит от времени распиловки другого, то длительность распиловки всей группы из  $n$  бревен

$$T_{\text{э}} = \tau_{\text{э}1} + \tau_{\text{э}2} + \dots + \tau_{\text{э}n},$$

где  $\tau_{\text{э}1}, \tau_{\text{э}2}, \dots, \tau_{\text{э}n}$  – длительности распиловки первого, второго и т.д. бревен.

Таким образом, время  $T_{\text{э}}$  также является непрерывной случайной величиной.

Следует отметить, что математической моделью распиловки отдельных бревен является случайный марковский процесс, заключающийся в последовательном выполнении  $k$  стадий, продолжительность которых распределена согласно показательному закону с параметром  $\lambda$  [4]. Напротив, процесс распиловки группы бревен не является марковским, т.к. продолжительность распиловки каждого бревна распределена по закону Эрланга. Однако, если процесс распиловки сортировочной группы бревен рассматривать как последовательное выполнение  $kn$  стадий, то в этом случае он также будет марковским. Тогда плотность распределения вероятностей времени  $T_{\text{э}}$  можно найти, используя преобразование Лапласа

са для вычисления свертки  $n$  функций-оригиналов, распределенных по закону Эрланга. В этом случае функции-оригиналу  $f_{\tau_3}(t)$  будет соответствовать изображение показательного распределения в  $kn$ -й степени:

$$f_{\tau_3}(t) \rightarrow \frac{\lambda^{kn}}{(\lambda - j\nu)^{kn}}, \quad (1)$$

где  $j$  – мнимая единица,  $j = \sqrt{-1}$ ;  
 $\nu$  – параметр характеристической функции;  
 $\lambda$  – параметр распределения Эрланга.

Осуществив обратное преобразование Лапласа, находим плотность распределения вероятностей времени  $T_{\tau_3}$ :

$$f_{\tau_3}(t) = \lambda \frac{(\lambda t)^{kn-1}}{(kn-1)!} e^{-\lambda t}. \quad (2)$$

Таким образом, эффективное время распиловки партии из  $n$  бревен имеет распределение Эрланга  $kn$ -го порядка с тем же параметром  $\lambda$ , что и распределение времени  $\tau_3$  распиловки одного бревна.

Воспользовавшись формулой (2), определим математическое ожидание времени эффективной работы ЛР:

$$MT_{\tau_3} = \int_0^{\infty} t f_{\tau_3}(t) dt = \frac{\lambda^{kn}}{(kn-1)!} \int_0^{\infty} t^{kn} e^{-\lambda t} dt.$$

Вычисляя интеграл методом интегрирования по частям, получим

$$MT_{\tau_3} = \frac{\lambda^{kn}}{(kn-1)!} \frac{(kn)!}{\lambda^{kn+1}} = \frac{kn}{\lambda} = n\bar{\tau}_3, \quad (3)$$

где  $\bar{\tau}_3$  – среднее время распиловки одного бревна, с.

Дисперсия времени эффективной работы

$$DT_{\tau_3} = \int_0^{\infty} (t - MT_{\tau_3})^2 f_{\tau_3}(t) dt = \int_0^{\infty} t^2 f_{\tau_3}(t) dt - (MT_{\tau_3})^2 = \frac{\lambda^{kn}}{(kn-1)!} \int_0^{\infty} t^{kn+1} e^{-\lambda t} dt - \frac{(kn)^2}{\lambda^2}$$

или

$$DT_{\tau_3} = \frac{\lambda^{kn}}{(kn-1)!} \frac{(kn+1)!}{\lambda^{kn+2}} - \frac{(kn)^2}{\lambda^2} = \frac{kn}{\lambda^2} = nD\tau_3, \quad (4)$$

где  $D\tau_3 = \frac{k}{\lambda^2}$  – дисперсия времени распиловки одного бревна.

Среднечасовая производительность  $A_{\tau_3}$  ЛР за время  $T_{\tau_3}$  может быть вычислена по формуле

$$A_{\tau_3} = \frac{Z}{T_{\tau_3}}, \quad (5)$$

где  $Z$  – объем сортировочной группы бревен, распиленных за время  $T_{\tau_3}$ , м<sup>3</sup>.

Из (5) следует, что при заданном объеме  $Z$  группы бревен среднечасовая производительность  $A_{\tau_3}$  является функцией случайной величины  $T_{\tau_3}$ , т.е.  $A_{\tau_3} = \varphi(T_{\tau_3})$ , а, следовательно, сама является случайной величиной.

Согласно [5] плотность распределения вероятностей величины  $A_{\tau_3}$  определяется как

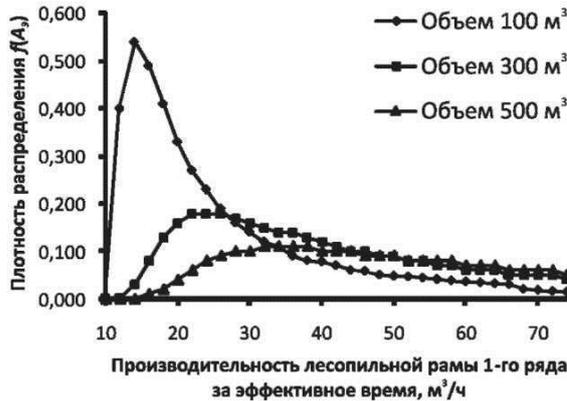
$$g(a_3) = f(\psi(a_3))|\psi'(a_3)|, \quad (6)$$

где  $\psi(a_3)$  – функция, обратная функции  $\varphi(T_3)$ .

Выполняя необходимые преобразования согласно (6) с учетом (2), получим

$$g(a_3) = \frac{1}{a_3 \Gamma(kn)} \left( \lambda \frac{Z}{a_3} \right)^{kn} \exp\left(-\lambda \frac{Z}{a_3}\right). \quad (7)$$

Выражение (7) определяет случайную величину  $A_3$ , распределенную согласно



обратному распределению Эрланга [6]. Из этого выражения следует, что плотность распределения производительности зависит от объема партии бревен, их количества, а также от параметра  $\lambda$ .

На рис. 1 показаны графики плотности распределения среднечасовой производительности  $A_3$ , вычисленные для различных объемов партии бревен диаметром 20 см.

Математическое ожидание производительности может быть найдено как математическое ожидание функции от случайной величины  $T_3$  по формуле [5]

Рис. 1. Кривые плотности распределения среднечасовой производительности лесопильной рамы за эффективное время

$$MA_3 = \int_0^{\infty} a_3(t) f_3(t) dt = \frac{Z\lambda^{kn}}{(kn-1)!} \int_0^{\infty} t^{kn-2} e^{-\lambda t} dt = \frac{Z\lambda}{kn-1} = \frac{Z}{MT_3} \frac{kn}{kn-1}.$$

Аналогично дисперсия производительности

$$DA_3 = \int_0^{\infty} a_3^2(t) f_3(t) dt - (MA_3)^2 = \frac{Z^2 \lambda^{kn}}{(kn-1)!} \int_0^{\infty} t^{kn-3} e^{-\lambda t} dt - \left( \frac{Z\lambda}{kn-1} \right)^2 = \frac{(Z\lambda)^2}{(kn-1)^2 (kn-2)}$$

или

$$DA_3 = \frac{Z^2}{DT_3} \frac{kn}{(kn-1)^2 (kn-2)}.$$

Определим связь числовых характеристик производительности со средним временем распиловки одного бревна. Тогда с учетом (3) получим

$$MA_3 = \frac{Z}{\bar{\tau}_3} \frac{k}{kn-1} \quad \text{и} \quad DA_3 = \frac{Z^2}{\bar{\tau}_3^2} \frac{k^2}{(kn-1)^2 (kn-2)}.$$

Среднее время распиловки одного бревна для каждого постава может быть найдено по формуле [7]

$$\bar{\tau}_3 = \frac{100L}{6\Delta_p n},$$

где  $L$  – длина бревен, м;

$\Delta_p$  – расчетная посылка, мм;

$n$  – частота вращения вала рамы, об/мин.

В работе [8] получено выражение энергетической характеристики механизма резания лесопильной рамы:

$$P_{\text{э}} = P_{\text{пост}} + c\sqrt{A_{\text{э}}} = P_{\text{пост}} + c\sqrt{\frac{Z}{T_{\text{э}}}}, \quad (8)$$

где  $P_{\text{э}}$  – среднечасовая мощность, потребляемая двигателем механизма резания за время  $T_{\text{э}}$ , кВт;

$P_{\text{пост}}$  – мощность постоянных потерь электроэнергии в двигателе, кВт;

$c$  – коэффициент энергоемкости ЛР, кВт·ч<sup>0,5</sup>/М<sup>1,5</sup>.

Из (8) следует, что средняя потребляемая мощность  $P_{\text{э}}$  является случайной величиной. Выполняя аналогичные (6) преобразования, получим выражение для плотности распределения вероятностей среднечасовой потребляемой мощности:

$$q(P_{\text{э}}) = \frac{2}{\Gamma(kn)} \frac{b^{kn}}{(P_{\text{э}} - P_{\text{пост}})^{2kn+1}} \exp(-b/(P_{\text{э}} - P_{\text{пост}})^2), \quad (9)$$

где  $b = \lambda c^2 Z$  – постоянный (при заданных условиях) множитель.

На рис. 2 показаны кривые плотности распределения вероятностей среднечасовой потребляемой мощности лесопильной рамы 2Р75-1, соответствующие различным объемам бревен в сортировочной партии. Из графиков следует, что с увеличением объема  $Z$  партии бревен наиболее вероятные значения средней потребляемой мощности возрастают. При этом анализ графиков показывает, что наиболее вероятные значения потребляемой мощности соответствуют низким значениям энергетического коэффициента загрузки ЛР, что приводит к повышению удельного расхода электроэнергии.

Математическое ожидание среднечасовой потребляемой мощности:

$$\begin{aligned} MP_{\text{э}} &= \int_0^{\infty} (P_{\text{пост}} + c\sqrt{\frac{Z}{t}}) f_{\text{э}}(t) dt = P_{\text{пост}} + \frac{c\sqrt{Z} \lambda^{kn}}{(kn-1)!} \int_0^{\infty} t^{kn-1} e^{-\lambda t} dt = \\ &= P_{\text{пост}} + c\sqrt{\lambda Z} \frac{\Gamma(kn-0,5)}{\Gamma(kn)} \end{aligned}$$

или

$$MP_{\text{э}} = P_{\text{пост}} + c\sqrt{(kn-1)MA_{\text{э}}} \frac{\Gamma(kn-0,5)}{\Gamma(kn)}$$

Полученная формула позволяет по заданному объему распиливаемых бревен определить ожидаемые значения среднечасовой потребляемой мощности и электроэнергии за время  $T_{\text{э}}$  двигателем главного привода лесопильной рамы.

Аналогично дисперсия среднечасовой потребляемой мощности

$$DP_{\text{э}} = c^2 \lambda Z \left[ \frac{\Gamma(kn-1)}{\Gamma(kn)} - \frac{\Gamma^2(kn-0,5)}{\Gamma^2(kn)} \right] = c^2 MA_{\text{э}} \left[ 1 - \frac{\Gamma^2(kn-0,5)}{\Gamma(kn)\Gamma(kn-1)} \right]$$



Рис. 2. Плотности распределения вероятностей среднечасовой потребляемой мощности лесопильной рамы 1-го ряда

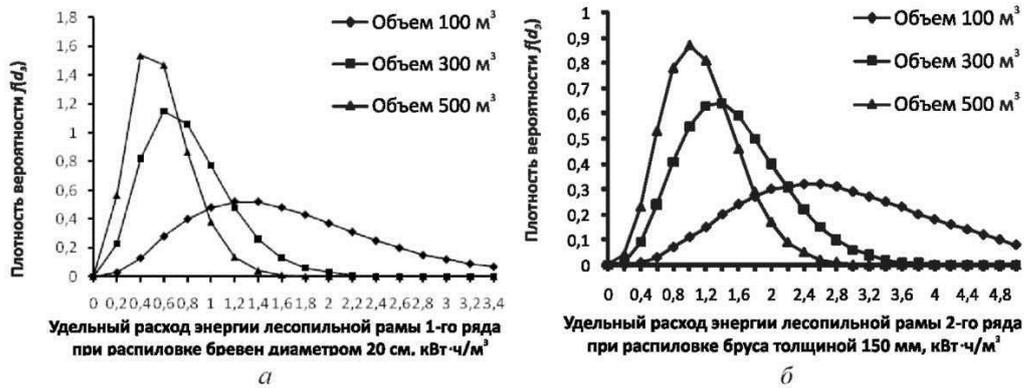


Рис. 3. Плотность распределения вероятностей удельного расхода электроэнергии лесопильной рамы 1-го (а) и 2-го (б) ряда

Среднее значение удельного расхода электроэнергии

$$d_э = \frac{P_э}{A_э} = \frac{P_{пост}}{A_э} + \frac{c}{\sqrt{A_э}}$$

или с учетом (5)

$$d_э = \frac{P_{пост}}{Z} T_э + \frac{c}{\sqrt{Z}} \sqrt{T_э}. \tag{10}$$

Из (10) следует, что удельный расход  $d_э$  является случайной величиной. Выполняя аналогичные (6) преобразования, получим выражение для плотности распределения вероятностей удельного расхода электроэнергии:

$$g(d_э) = \frac{\lambda^{kn}}{\Gamma(kn)} (m^2)^{kn-1} \frac{Z}{P_{пост}} \left( 1 - \frac{c}{2\sqrt{P_{пост}d_э + (c/2)^2}} \right) \exp(-\lambda m^2),$$

где  $m^2 = \left( \sqrt{\frac{Zd_э}{P_{пост}} + \frac{c^2 Z}{4P_{пост}^2}} - \frac{c\sqrt{Z}}{2P_{пост}} \right)$ .

На рис. 3, а, б показаны кривые плотности распределения вероятностей полного удельного расхода электроэнергии лесопильной рамы 2Р75-1 при распиловке бревен диаметром 20 см и лесопильной рамы 2Р75-2 при распиловке брусьев толщиной 150 мм. Указанные кривые соответствуют различным объемам бревен в сортировочной партии. Из графиков следует, что с увеличением объема  $Z$  партии бревен наиболее вероятные значения удельного расхода уменьшаются, а графики кривых сужаются, что свидетельствует о стабилизации удельного расхода электроэнергии в области низких значений.

Математическое ожидание полного удельного расхода

$$Md_э = \int_0^{\infty} \left( \frac{P_{пост}}{Z} t + \frac{c}{\sqrt{Z}} \sqrt{t} \right) f_э(t) dt = \frac{P_{пост}}{Z} \int_0^{\infty} t f_э(t) dt + \frac{c}{\sqrt{Z}} \int_0^{\infty} \sqrt{t} f_э(t) dt$$

или с учетом (2) после преобразований

$$Md_э = \frac{P_{пост}}{Z} MT_э + \frac{c}{\sqrt{Zkn}} \sqrt{MT_э} \frac{\Gamma(kn + 0,5)}{\Gamma(kn)}. \tag{11}$$

Дисперсия полного удельного расхода электроэнергии

$$D(d_3) = \frac{P_{\text{пост}}^2}{Z^2} DT_3 + \frac{c^2}{Z} MT_3 + \frac{c(kn-1)}{MA_3} \left[ \frac{P_{\text{пост}}}{\sqrt{\lambda Z}} \frac{\Gamma(kn+0,5)}{\Gamma(kn)} - c \frac{\Gamma^2(kn+0,5)}{\Gamma^2(kn)} \right]. \quad (12)$$

Из формул (11) и (12) видно, что с увеличением объема  $Z$  партии бревен полный удельный расход электроэнергии становится все более неслучайной величиной.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агеев С.П. Повышение энергетической эффективности производства пилопродукции / С.П. Агеев: автореф. дисс. ... док. техн. наук. Архангельск, 2011. 37 с.
2. Агеев С.П. Вероятностная модель производственного процесса лесопильного цеха / С.П. Агеев, В.И. Мелехов // Актуальные проблемы развития лесного комплекса: мат. междунар. научно-техн. конф. 8-10 декабря 2009 г. Вологда, 2010. С. 91-93.
3. Агеев С.П. Математическое моделирование процессов распиловки древесины // Известия СПбЛТА. Вып. 179. СПб.: ЛТА, 2007. С. 147-153.
4. Агеев С.П. Закономерности распределения длительности рабочих циклов лесопильных рам // Известия СПбЛТА. Вып. 180. СПб.: ЛТА, 2007. С. 203-208.
5. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения: учеб. пособие для вузов. М.: Высш. шк., 2000. 480 с.
6. Гастингс Н., Пикок Дж. Справочник по статистическим распределениям. М.: Статистика, 1980. 250 с.
7. Рыкунин С.Н., Тюкина Ю.П., Шалаев В.С. Технология лесопильно-деревообрабатывающих производств: учебное пособие для студентов. М.: МГУЛ, 2003. 225 с.
8. Агеев С.П. Энергетическая характеристика электропривода механизма резания лесопильной рамы // ИВУЗ, Лесной журнал. 2009. № 2. С. 96-101.

Поступила 16.04.11

**S.P. Ageev<sup>1</sup>, R.V. Deryagin<sup>2</sup>, A.M. Kopeykin<sup>3</sup>, N.I. Bogdanovich<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Saint-Petersburg State Maritime Technical University, Severodvinsk branch

<sup>2</sup> Vologda State University

<sup>3</sup> Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov

#### **Probabilistic description of the gang-sawing machines energy consumption factors**

Probability laws of energetic coefficients dispensing of gang-sawing machines have been derived. Factors of coefficients variations are disclosed.

*Key words:* gang-sawing machine, log sawing active time, productivity, power consumption, relative energy demand, probability density function, arithmetical mean, random variance.