

После преобразований получим формулу для определения максимально допустимой скорости перемещения бревна

$$v'_{0 \max} = \sqrt{\frac{2\pi d g (1 - \delta)}{C_y \cos \gamma (4 - \pi)}} \quad (7)$$

Используя выражения (5) и (7), получаем

$$\frac{v'_{0 \max}}{v_{0 \max}} = \sqrt{\frac{4}{4 - \pi}} = 2,2, \quad (8)$$

т. е.

$$v'_{0 \max} = 2,2 v_{0 \max}.$$

Для того чтобы предотвратить скольжение тонких бревен вниз при поперечном перемещении их со скоростями, допустимыми для бревен больших диаметров, можно рекомендовать делать рабочую поверхность стоек шероховатой.

Таким образом допустимая скорость перемещения бревен из условий качения вдвое больше, чем из условий подтопления. Это объясняется тем, что плечо  $e$  силы  $R_y$  существенно меньше плеча силы  $P$  (см. рис. 1).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Харитонов В. Я. Гидродинамика поперечного перемещения бревен по воде стойками // Лесн. журн.—1990.—№ 1.—С. 52—55.— (Изв. высш. учеб. заведений).

Поступила 12 октября 1990 г.

УДК 630\*375.4.001.57

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ХЛЫСТОВ И ИХ ПОДВЕСА ПРИ ТРЕЛЕВКЕ В ПОЛУПОГРУЖЕННОМ ПОЛОЖЕНИИ

В. И. ВАРАВА, О. М. ВЕДЕРНИКОВ

Ленинградская лесотехническая академия

Выявлению параметров хлыста посвящен ряд работ [1—4]. Нами исследуются его упруго-диссипативные свойства и разрабатываются эквивалентные модели. Анализ имеющихся аппроксимаций и экспериментальных данных [4] показывает, что образующая ствола довольно точно описывается косинусоидой

$$r = r_T \cos \frac{\pi x}{2l_c},$$

где  $r$  — текущий радиус ствола;  
 $r_T$  — условный радиус комля, полученный по таксационному значению диаметра ствола;  
 $l_c$  — длина ствола;  
 $x$  — текущая ордината,  $0 \leq x \leq l_c$ .

Тогда для ствола дерева имеем следующие расчетные зависимости: для объема

$$V_c = \int_0^{l_c} \pi r^2(x) dx = 0,5 S_0 l_c, \quad (1)$$

где  $S_0$  — условная площадь поперечного сечения комля,  $S_0 = \pi r_T^2$ ;

для массы

$$m_c = \rho V_c, \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность свежесрубленной древесины;  
для координаты  $x$  центра масс

$$x_c^c = \frac{\pi}{V} \int_0^{l_c} x r^2(x) dx = 0,3l_c; \quad (3)$$

для момента инерции относительно комлевого сечения

$$I_c = \int_m x^2 dm = \int_0^{l_c} x^2 \rho \pi r^2(x) dx \approx 0,14 m_c l_c^2. \quad (4)$$

Длина ствола  $l_c$ , хлыста  $l_x$  и вершины  $l_b$  зависит от условного диаметра комля по таксационному значению  $d_T$ . В частности, для ели в диапазоне  $l_c = l_x + l_b = 10 \dots 27$  м имеем [4]

$$\begin{aligned} l_c &= 110(d_T - 0,012d_T^2); & l_x &= 84(d_T - 0,01d_T^2); \\ l_b &= 5d_T(5 - 0,1d_T). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь линейные размеры подставляют в сантиметрах.  
Аналогично для хлыста получим

$$m_x \approx 0,65 \rho S_0 l_x; \quad x_x^c \approx 0,38 l_x; \quad I_x \approx 0,18 m_x l_x^2. \quad (6)$$

Эксперименты фиксируют одну основную частоту изгибных колебаний хлыста. Для малого угла наклона полупогруженного хлыста выделим его элементарную массу (рис. 1, а)

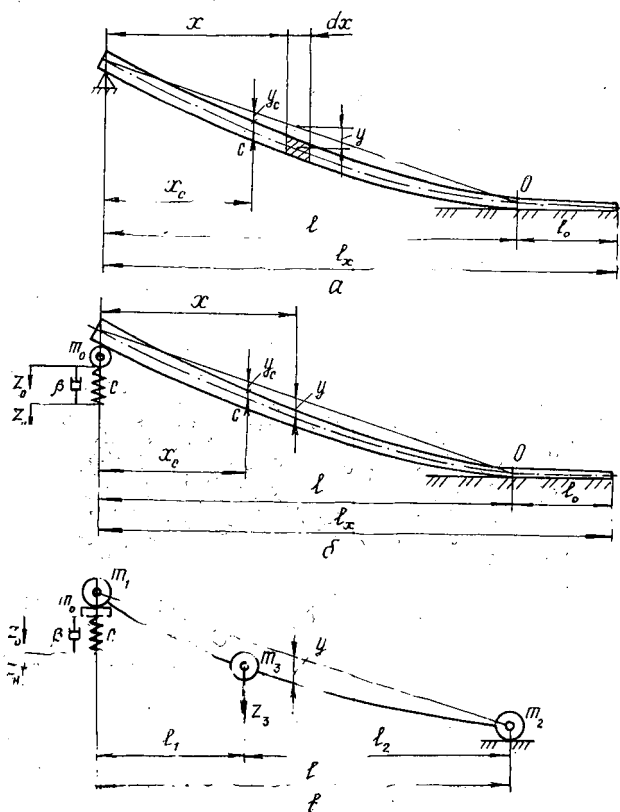


Рис. 1. Схемы изгиба полупогруженного хлыста

$$dm = \rho dV = \rho \pi r^2 dx = \rho S_0 \cos^2 \frac{\pi x}{2l_x} dx \text{ или } dm = \mu(x) dx, \quad (7)$$

где  $\mu(x)$  — погонная масса,  $\mu(x) = \rho S_0 \cos^2 \pi x / (2l_x)$ ,  
и запишем выражение для момента инерции произвольного сечения

$$I(x) = \frac{\pi r^4}{4} = I_0 \cos^4 \frac{\pi x}{2l_x}, \quad (8)$$

где  $I_0 = \pi r^4 / 4$ .

Введем координату  $y$  относительного движения элемента  $dx$  ствола на расстоянии  $x$  от комля. Кинетическая и потенциальная энергия изгибных колебаний ствола

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \mu(x) \dot{y}^2 dx; \quad \Pi = \frac{1}{2} \int_0^l EI(x) y_x''^2 dx, \quad (9)$$

где  $EI(x)$  — жесткость ствола при изгибе.

Разделяя функцию двух переменных  $y(x, t) = f(x)\varphi(t)$ , получаем

$$T = \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 \rho S_0 \int_0^l f^2(x) \cos^2 \frac{\pi x}{2l_x} dx = 0,5 m_3 \dot{\varphi}^2; \quad (10)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} \varphi^2 EI_0 \int_0^l f_x''^2(x) \cos^4 \frac{\pi x}{2l_x} dx = 0,5 c_3 \varphi^2,$$

где  $m_3, c_3$  — эквивалентные масса и жесткость,

$$m_3 = \rho S_0 \int_0^l f^2(x) \cos^2 \frac{\pi x}{2l_x} dx; \quad (11)$$

$$c_3 = EI_0 \int_0^l f_x''^2(x) \cos^4 \frac{\pi x}{2l_x} dx.$$

Основной частоте соответствует форма изгибных колебаний ствола, соответствующая упругой линии статического нагружения. Зададим ее приближенно в виде

$$f(x) = \sin \frac{3\pi x}{2l_x}, \quad (12)$$

тогда

$$f_x''(x) = - \left( \frac{3\pi}{2l_x} \right)^2 \sin \frac{3\pi x}{2l_x}. \quad (12a)$$

Подставляя выражение (12a) в (11) и принимая  $l \equiv l_x$ , получаем

$$m_3 = 0,35 l_x \rho S_0; \quad c_3 = \frac{28 EI_0}{l_x^3}. \quad (13)$$

Следовательно, квадрат основной частоты

$$\nu^2 = \frac{c_3}{m_3} = \frac{80 EI_0}{l_x^4 \rho S_0}. \quad (13a)$$

Эквивалентная жесткость прямо пропорциональна четвертой степени таксационного радиуса  $r_T$  и обратно — кубу длины хлыста  $l_x$ . Выражение основной частоты  $\nu$  с учетом (2), (5), (8) можно записать в виде

$$\nu = \frac{2,25d_T}{l_x^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \approx \frac{0,032d_T}{(d_T - 0,01d_T^2)^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (14)$$

Используя условие  $\nu'(d_T) = 0$ , находим, что минимум частоты колебаний имеет место при  $d_T^0 \approx 33$  см. Для него  $\nu^0 \approx 2,2 \times 10^{-3} \sqrt{E/\rho} = 2,2 \cdot 10^{-3} \sqrt{10^{10}/740} \approx 8 \text{ с}^{-1}$  (1,3 Гц).

Эксперименты показывают, что коэффициент демпфирования  $\nu_x$  в хлысте увеличивается с его диаметром от 0,05 до 0,10. Отсюда эквивалентный параметр неупругого сопротивления в стволе

$$\beta_3 = 2\nu_x \sqrt{m_3 c_3}. \quad (15)$$

Декремент линейного гашения  $\delta = 2\pi\nu_x = 2\pi h/\nu$  ( $h$  — параметр затухания) или

$$\delta = \ln \frac{a_t}{a_{t+T}} = \ln \frac{1 + 0,5\Delta a/a_{cp}}{1 - 0,5\Delta a/a_{cp}} \approx \frac{\Delta a}{a_{cp}} + \frac{1}{12} \left( \frac{\Delta a}{a_{cp}} \right)^3,$$

где  $a_t, a_{t+T}$  — амплитуды колебаний для моментов времени  $t$  и  $t+T$ ;

$\Delta a, a_{cp}$  — уменьшение и среднее значение амплитуды центра масс хлыста за период колебаний  $T = 2\pi/\nu$ .

Для  $\delta \leq 0,7$

$$\Delta a = \delta a_{cp}, \text{ т. е. } \delta = \text{const}. \quad (16)$$

Для постоянных условий трения  $F = F_0 \text{ sign } \dot{y}_c$

$$\Delta a = \frac{4F_0}{c_3} = \text{const}. \quad (17)$$

Экспериментальная зависимость  $\Delta a(a_{cp})$  (рис. 2) на малых амплитудах ( $a \leq 2$  см) близка к линейной (16), а на больших отклоняется в сторону. На линейном участке (рис. 2)  $\delta = \Delta a/a_{cp} = 0,4$ , следовательно,  $\nu_x = \delta/(2\pi) \approx 0,064$ . Сувеличением таксационного диаметра  $d_T$  декремент  $\delta(d_T)$  и параметр затухания  $h = \nu_x = \nu\delta/(2\pi)$  возрастают параболически (рис. 3).

Частота колебаний хлыста  $\nu$  (рис. 3) с повышением диаметра снижается до минимума при  $d_T = d_T^0$  ( $\nu^0 \approx 8 \text{ с}^{-1}$ ) по зависимости (14).

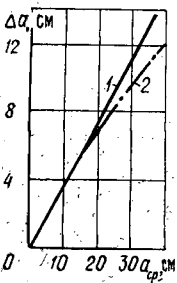


Рис. 2. Зависимость уменьшения амплитуды центра тяжести хлыста от ее среднего значения: 1 — теоретическая кривая; 2 — экспериментальная кривая

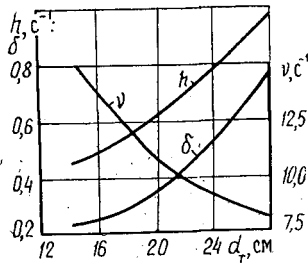


Рис. 3. Зависимость частоты  $\nu$ , декремента  $\delta = 2\pi\nu_x$  и параметра затухания  $h = \nu_x/\nu$  от таксационного диаметра  $d_T$

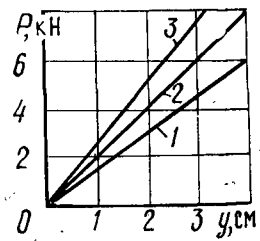


Рис. 4. Зависимость  $P(y)$ : 1 —  $V = 2,00 \text{ м}^3$ ; 2 —  $V = 2,75 \text{ м}^3$ ; 3 —  $V = 3,15 \text{ м}^3$

Несмотря на то, что жесткость хлыста возрастает с диаметром  $d_T$  (13) и объемом, зависимость нагружающей силы  $P$  от деформации в центре масс  $y$  линейная (рис. 4). Согласно рис. 4 при  $V_x = 2,75 \text{ м}^3$  жесткость пачки  $c_x = P/y = 2 \text{ кН/см} = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$ . Сопоставление выражений (6) и (13) дает долю колеблющейся массы хлыста от общей  $m_x = 0,54 m_x$ .

В реальных условиях комлевая часть пачки из  $n$  хлыстов опирается на пружины коникового зажимного устройства или шины жесткостью  $c$  (см. рис. 1, б). Введем координаты вращательного движения неизогнутой оси пачки  $z = z_0 (1 - x/l)$ ,  $\dot{z} \approx \dot{z}_0 (1 - x/l)$  и относительного движения  $y$  элемента  $\rho dx = dm$  на расстоянии  $x$  от точки подвеса. Учтем также массу опоры  $m_0$  (массу трактора, приходящуюся на заднюю ось), жесткость  $c$  и демпфирование  $\beta$  в шинах задних колес. Тогда кинетическая и потенциальная энергии системы

$$2T = m_0 \dot{z}^2 + \int_0^l (\dot{y} + \dot{z})^2 dm;$$

$$2\Pi = c (z_0 - z_n)^2 + \int_0^l EI(x) y''(x) dx.$$

Разделив переменную  $y(x, t) = f(x) y(t)$ , получим

$$2T = m_3 \dot{y}^2 + 2m_x \dot{z}_0 \dot{y} + (m_1 + m_0) \dot{z}_0^2, \tag{18a}$$

где

$$m_3 = \int_0^l f^2(x) dm; \quad m_x = \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right) f(x) dm; \quad m_1 = \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 dm;$$

$$2\Pi = c (z_0 - z_n)^2 + c_3 y^2, \tag{18б}$$

где

$$c_3 = \int_0^l EI(x) f''(x) dx.$$

Выразив  $dm$  по формуле (7), а  $f(x)$  по формуле (12), найдем

$$m_3 = 0,4\rho S_0 l_x n = 0,6 m_n; \quad m_x = 0,2\rho S_0 l_x n = 0,3 m_n;$$

$$m_1 = 0,26\rho S_0 l_x n = 0,4 m_n,$$

где

$$m_n = 0,65\rho S_0 l_x n.$$

В итоге дискретизации пачки, полупогруженной на упругой опоре, получаем три основные массы  $m_1, m_2, m_3$  (см. рис. 1, в) и одну условную массу  $m_x \approx 0,3 m_n$  инерционной связи двух движений: изгибных  $y$  и неизогнутой оси  $z_0$ . Конструктивное трение реализуется в изгибном движении с параметром  $\beta_3 = 2\nu_3 \sqrt{c_3 m_3}$ ,  $\nu_3 \approx 0,05 \dots 0,10$ .

Для обобщенных координат пачки на упругом подвесе  $y, z_0$  имеем два уравнения Лагранжа

$$\begin{cases} m_x \ddot{z}_0 + m_x \ddot{y} + c (z_0 - z_n) + \beta (\dot{z}_0 - \dot{z}_n) = 0; \\ m_3 \ddot{y} + m_x \ddot{z}_0 + c_3 y + \beta_3 \dot{y} = 0, \end{cases} \tag{19}$$

где

$$m_x = m_1 + m_0;$$

$z_n$  — неровность волока под задними колесами трактора.

Полученные уравнения отражают случай опоры над задней осью с выделением независимых колебаний передней части трактора. При  $c \gg c_3$  малое демпфирование в шине оказывает незначительное влияние

на нагруженность трелевочной системы. Поэтому запишем операторную расширенную матрицу системы при  $\beta = 0$ ,  $p = d/dt$ ,  $z_0 - z_n = x$ :

$$\begin{pmatrix} m_{\Sigma} p^2 + c & m_x p^2 & \vdots & -m_{\Sigma} p^2 z_n(p) \\ m_x p^2 & m_3 p^2 + \beta_3 p + c_3 & \vdots & -m_x p^2 z_n(p) \end{pmatrix} \quad (19a)$$

Для ограниченного гашения  $\beta_3$  частоту системы вычисляют без его учета из частотного уравнения  $\Delta(p) = 0$  при  $p = i\lambda$ :

$$\Delta(p) = (m_{\Sigma} m_3 - m_x^2) p^4 + (c m_3 + c_3 m_{\Sigma}) p^2 + c c_3 + \beta_3 (m_{\Sigma} p^3 + c p);$$

$$\lambda_{1,2}^2 = \frac{c m_3 + c_3 m_{\Sigma} \pm \sqrt{(c m_3 - c_3 m_{\Sigma})^2 + 4 m_x^2 c c_3}}{2 (m_{\Sigma} m_3 - m_x^2)}. \quad (20)$$

Передаточная функция деформации шин  $x$

$$\eta_x(p) = \frac{x(p)}{z_n(p)} = \frac{x(p)}{\Delta(p) z_n(p)} = \frac{p^2}{\Delta(p)} (a_0 p^2 + m_{\Sigma} \beta_3 p + m_{\Sigma} c_3). \quad (21)$$

За критерий качества нагруженности системы примем реакцию шин.  $R = cx$ . Интегральной оценкой динамической реакции будет ее дисперсия

$$D_R = c^2 D_x = \frac{c^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\eta_x(i\omega)|^2 S_e(\omega) d\omega. \quad (22)$$

Для простейшей аппроксимации микронеровностей волока

$$S_e(\omega) = 2D_e \alpha \omega^{-2}, \quad (23)$$

где  $\alpha$  — коэффициент корреляции,  $\alpha = \alpha_0 v$  ( $v$  — скорость движения).

Выражая в уравнении (21)  $\eta_x(p) = \eta_x(i\omega)$ , где  $p = i\omega$ , приводим формулу (22) к виду

$$D_R = \frac{D_e \alpha_0 v}{\beta_3 m_x^2} (A + m_{\Sigma}^2 \beta_3^2), \quad (24)$$

где  $A = c a_0 (c m_3 - 2 m_{\Sigma} c_3) + m_{\Sigma}^3 c_3^2$ ,  $a_0 = m_{\Sigma} m_3 - m_x^2$ .

Минимизируя функцию  $D_R(\beta_3)$ , находим оптимальное гашение

$$\frac{\partial D}{\partial \beta_3} = 0; \quad A = c m_{\Sigma}^2 \beta_{3_0}^2, \quad (25)$$

где  $\beta_{3_0}^2 = \frac{A}{c m_{\Sigma}^2}$ .

Из экстремального уравнения функции  $D_R(c)$

$$3 m_3 c^2 - 4 m_{\Sigma} c c_3 + \frac{m_{\Sigma}^3 c_3^2}{a_0} = 0 \quad (26)$$

вычисляем также расчетное значение жесткости  $c$  подвеса.

### Выводы

1. Параметры хлыста идентифицируются довольно простыми выражениями (6) достоверность которых подтверждается экспериментально (рис. 2—4).

2. Ввиду реализации на практике основного тона изгибных колебаний пачки (выражения (12)), его учет приводит к одной эквивалентной колеблющейся массе (уравнения (11)) при жесткой опоре и трех (формулы (18)) при упругой.

3. Параметры жесткости  $c$  подвеса и демпфирования  $\beta_3$  в пачке (выражения (25, 26)) поддаются экстремальной оптимизации по интегральному критерию нагруженности (22) трелевочной системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Александров В. А. К вопросу определения изгибной жесткости деревьев // Машины и орудия для механизации лесозаготовок: Межвуз. сб. науч. тр.—Л., 1975.— Вып. 4.— С. 22—24. [2]. Варава В. И. Анализ способов транспортировки пачка хлыстов // Там же.—Л., 1974.— Вып. 3.— С. 27—35. [3]. Жук ов А. В. О выборе расчетной модели погруженных деревьев при исследовании колебаний лесных машин // Лесн. журн.— 1977.— № 4.— С. 75—82.— (Изв. высш. учеб. заведений). [4]. Коротяев Л. В. Параметры деревьев и хлыстов как объектов лесозаготовительного производства: Учеб. пособие.—Л., 1982.— 80 с.

Поступила 20 февраля 1991 г.

УДК 625.815.5

**ВОЗДЕЙСТВИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ  
НА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ ПЛИТЫ  
ЛЕСОВОЗНЫХ АВТОДОРОГ**

Б. В. УВАРОВ

Архангельский лесотехнический институт

В работах [1, 2] приведен динамический расчет колежных покрытий из железобетонных плит при двухсторонней связи между плитой и грунтом. Однако реальные грунты не способны работать на растяжение. При появлении растягивающих напряжений контакт между плитой и основанием исчезает и происходит отрыв плиты от грунта. Он наблюдается в тот момент, когда колесо автомобиля находится вблизи стыка. Этот фактор можно учесть с помощью нелинейных дифференциальных уравнений, которые решаются только численными методами.

Рассмотрим балку длиной  $l$ , лежащую на упругом основании винклеровского типа и нагруженную сосредоточенной динамической силой  $P$  (рис. 1,  $a$ ). На балку также действуют реактивные силы со стороны грунта и силы инерции самой балки. В точках, где есть контакт между балкой и основанием, суммарное погонное усилие

$$p(x, t) = (m_6 + m_0) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + cw(x, t); \quad (1)$$

там, где нет этого контакта,

$$p(x, t) = m_0 \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2}. \quad (2)$$

В этих формулах  $x$  — координата по оси балки;  
 $t$  — время;

$m_6, m_0, \mu, c$  — погонное значение массы балки, присоединенной массы основания, коэффициента вязкого сопротивления грунта и коэффициента постели соответственно;

$w(x, t)$  — прогиб балки (положительное направление вниз).

Осадку поверхности основания  $w_0(x, t)$  при отсутствии его контакта с балкой можно определить из уравнения

$$m_0 \frac{\partial^2 w_0(x, t)}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial w_0(x, t)}{\partial t} + cw_0(x, t) = 0, \quad (3)$$