

В этом уравнении первое слагаемое есть нормальная сила резания по задней грани, второе – по передней грани.

При $\alpha_m < 0,1$ мм

$$F_z = 0,5\alpha_p^2 (\alpha_p - 0,8)p. \quad (7)$$

Таким образом, уравнения (6) и (7), подтверждая справедливость метода А.Л. Бершадского, повышают точность расчета нормальной силы резания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Амалицкий В.В., Санев В.И. Оборудование и инструмент деревообрабатывающих предприятий. - М.: Экология, 1992. - 480 с. [2]. Бершадский А.Л., Цветкова Н.И. Резание древесины. - Минск: Высш. шк., 1975. - 304 с. [3]. Любченко В.И. Резание древесины и древесных материалов. - М.: Лесн. пром-сть, 1986. - 296 с.

Поступила 23 декабря 1996 г.

УДК 674.815-41

Я.И. СОКОЛОВСКИЙ

Украинский государственный лесотехнический университет

О ВЛИЯНИИ СТРУКТУРНЫХ ФАКТОРОВ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДРЕВЕСНОСТРУЖЕЧНЫХ ПЛИТ

Исследованы упругие свойства древесностружечных плит с учетом пористости, неполной связи и конечной длины армирующих древесных частиц.

The elastic properties of chipboards have been investigated taking into account the porosity, incomplete coupling and final length of reinforcing wood particles.

Древесные композитные материалы находят широкое применение в различных отраслях народного хозяйства. Одним из таких композитов и являются древесностружечные плиты (ДСтП), относящиеся к классу высоконаполненных пластиков. Армирующий элемент ДСтП – плоские древесные частицы одной или нескольких пород, связанные небольшим количеством клея. С помощью сканирующего микроскопа [11] установлено, что

имеют место так называемые «точечные контакты», образующиеся в результате расслоения связующего. Для прогнозирования прочности и жесткости материала ДСтП необходимо учитывать такую неполную связь армирующих частиц, также как их переменную длину, анизотропность, высокую степень армирования (85 ... 90 %) и пустоты (поры), образующиеся при изготовлении. Отметим, что исследователи [6, 8] рассматривают ДСтП как слоистый материал из чередующихся анизотропных слоев текстуры и связующего. В работе [8] изучены упругие характеристики ДСтП без учета пористости материала. Следует отметить, что расчётные значения механических характеристик материала ДСтП, полученные без учета всех особенностей его структурной связи, имеют расхождения с экспериментальными данными. Цель наших исследований – разработать инженерную модель для расчёта упругих характеристик ДСтП с учетом особенностей их строения.

В качестве расчётной модели принимаем однонаправленную структуру пористости, состоящую из ортотропных плоских частиц длиной l , шириной b и толщиной h , связанных между собой с помощью клея.

Используя результаты работы [7], определим зависимости эффективных модулей объёмного сжатия и сдвига для материала ДСтП от пористости. Обозначим объёмную концентрацию пор как v_p , концентрацию связующего – v_2 , концентрацию древесных частиц – v_1 . Расчёты проведем в два этапа. Сначала найдем упругие характеристики пористого связующего как двухкомпонентного материала, причём жёсткие характеристики пор полагаем равными нулю.

Для определения упругих модулей объёмного сжатия K^* и сдвига μ^* пористого связующего воспользуемся следующими формулами:

$$K^* = v^{(1)} K_2 \left(1 - \frac{3v^{(2)} K_2}{v^{(1)} (3K_2 + 4\mu_2) + (v^{(2)} - v^{(1)}) K_2} \right); \quad (1)$$

$$\mu^* = v^{(1)} K_2 \left(1 - \frac{6v^{(2)} (K_2 + 2\mu_2)}{5v^{(1)} (3K_2 + 4\mu_2) + 6(v^{(1)} - v^{(2)}) (K_2 + 2\mu_2)} \right),$$

где $v^{(1)}$, $v^{(2)}$ – относительные объёмные содержания связующего и пор в двухкомпонентной смеси поры–связующее,

$$v^{(1)} = \frac{v_2}{1 - v_1}; \quad v^{(2)} = \frac{v_p}{1 - v_2}.$$

Очевидно, что $v^{(1)} + v^{(2)} = 1$.

После определения характеристик пористого связующего вычислим макроскопические упругие постоянные древесного композита, ослабленного порами:

$$K' = \langle K \rangle - \frac{3v_1(v_2 + v_p)(K_1 - K^*)^2}{(3K + 4\mu) + 3K_3}; \quad (2)$$

$$\mu' = \langle \mu \rangle - \frac{6v_1(v_2 + v_p)(\mu_1 - \mu^*)^2 \langle K + 2\mu \rangle}{5\langle \mu \rangle(3K + 4\mu) + 6\mu_3 \langle K + 2\mu \rangle}.$$

Операция статистического осреднения ($\langle \rangle$) относится к смеси древесные частицы—пористое связующее, т. е.

$$\langle K \rangle = v_1 K_1 + (v_2 + v_p) K^*; \quad \langle \mu \rangle = v_1 \mu_1 + (v_2 + v_p) \mu^*;$$

$$K_3 = (v_2 + v_p - v_1) (K_1 - K^*); \quad \mu_3 = (v_2 + v_p - v_1) (\mu_1 - \mu^*).$$

Пористости связующего p и древесного композита q определим по формулам

$$p = \frac{v_p}{v_2 + v_p}; \quad q = \frac{v_p}{v_1 + v_2 + v_p}.$$

Предположим, что действие силы F через матрицу слоя ковра на рассматриваемую древесную частицу описывается уравнением [10]

$$\frac{d^2 F}{dx^2} = A[F(K_1 - \mu_1/3)/(3K_1 \mu_1 s - \varepsilon)], \quad (3)$$

где x — координата в направлении длины частицы;

A — коэффициент;

s — площадь поперечного сечения частицы;

ε — деформация матрицы.

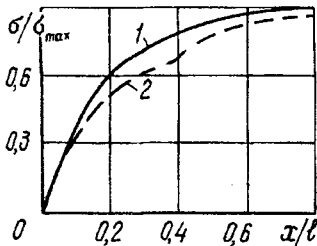
Коэффициент A является функцией от K_1 и μ_1 , а также геометрических размеров частицы. Используя общее решение уравнения (3), определим напряженно-деформированное состояние в древесной частице:

$$\sigma = \left(1 - \frac{\exp(x - l/2)\alpha - \exp(l/2 - x)\alpha}{\exp(l/2)\alpha \exp(-l/2)\alpha} \right) \frac{K_1 \mu_1}{K_1 - \mu_1/3} \varepsilon, \quad (4)$$

где σ — напряжение;

$$\alpha = \sqrt{A(K_1 - \mu_1/3)/K_1 \mu_1 s}.$$

Исходя из неполной связи между древесными частицами, т. е. учитывая «точечные контакты», длину частиц условно разделим на участки, в которых существует идеальная связь, и такие, где связи нет (см. рисунок).



Распределение напряжений в древесной частице при $l = 0,2$ см: 1 — идеальная связь; 2 — точечная связь

Тогда распределение напряжений σ по длине частицы в случае идеальной связи описывает кривая 1, в случае точечных контактов – кривая 2, полученная в результате геометрического построения [8]. Изменение σ по длине частицы определяется следующим выражением:

$$\sigma = \varepsilon \left[a(1 - \exp(-\beta l)) + \frac{\text{sh}\alpha(x - l/2)}{\text{sh}l/2} \right] \frac{K_1 \mu_1}{K_1 - \mu_1 / 3}, \quad (5)$$

где коэффициенты a , β получены при аппроксимации изменения $\sigma_{\max} / \sigma_{\min}$ в зависимости от l .

Интегрируя зависимость (5), находим среднее значение σ :

$$\langle \sigma \rangle = 3\varepsilon \left[a(1 - \exp(-\beta l)) - \frac{\text{th}\alpha l/4}{\alpha l/2} \right] \frac{K_1 \mu_1}{K_1 - \mu_1 / 3}. \quad (6)$$

Определим модуль упругости E_x и коэффициенты Пуассона ν_{xy} , ν_{xz} древесного композита с учетом пористости частиц в зависимости от длины. Используя правило смесей [7] и учитывая (6), получаем

$$\begin{aligned} E_x &= E_{1x} \beta^* \psi + \frac{K^* \mu^*}{K^* - \mu^* / 3} (1 - \beta^*); \\ \nu_{xy} &= \nu_{1xy} \beta^* \psi + \frac{K^* - 2\mu^* / 3}{2(K^* + \mu^* / 3)} (1 - \beta^*); \\ \nu_{xz} &= \nu_{1xz} \beta^* \psi + \frac{K^* - 2\mu^* / 3}{2(K^* + \mu^* / 3)} (1 - \beta^*), \end{aligned} \quad (7)$$

где β^* – объемный коэффициент армирования;

ψ – коэффициент приведения,

$$\psi = \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} \left[a(1 - \exp(-\beta l)) - \frac{\text{th}(\alpha / 4)}{\alpha l/2} \right] f(l) dl \left[\int_{l_{\min}}^{l_{\max}} f(l) dl \right]^{-1}; \quad (8)$$

где $f(l)$ – относительное содержание частиц в материале ДСтП в зависимости от длины [8].

Значения модулей E_y , E_z и коэффициента Пуассона ν_{yz} , а также модулей G_{xz} и G_{yz} в зависимости от влияния конечной длины частиц и их неполной связи оцениваем с использованием теории армирования [3, 4].

Таблица 1

Составляющие ДСтП	E_x	E_y	E_z	G_{xy}	G_{xz}	G_{yz}	ν_{xy}	ν_{xz}	ν_{yz}
Древесные частицы	11 700	620	500	1 180	690	67	0,42	0,51	0,68
Связующее	2 650	2 650	2 650	870	870	870	0,30	0,30	0,30
Древесные частицы с учетом осреднения	2 789	2 789	478	1 260	354	354	0,03	0,65	0,65
Элемент армирования с учетом неполной связи и пористости	2 340	2 340	760	1 280	410	400	0,21	0,78	0,43

В табл. 1 приведены исходные данные для прессованных древесных частиц из сосны [6], а также характеристики связующего с учетом пористости и предположения об однонаправленности армированного элемента. Вследствие обжата древесных частиц при изготовлении ДСтП показатели их упругих свойств отличаются от натуральной древесины. Упругие характеристики однонаправленного армированного элемента определяем на основании метода тонких слоев [10]. Система уравнений равновесия и совместности деформаций для нахождения напряженно-деформируемого состояния слоя dz повторяющегося элемента имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \beta_1^z \sigma_{1x} + (1 - \beta_1^z) \sigma_{2x}; & \sigma_y &= \sigma_{1y} = \sigma_{2y}; \\ \sigma_z &= \beta_1^z \sigma_{1z} + (1 - \beta_1^z) \sigma_{2z}; & \sigma_{zy} &= \sigma_{1zy} = \sigma_{2zy}; \\ \sigma_{xz} &= \beta_1^z \sigma_{1xz} + (1 - \beta_1^z) \sigma_{2xz}; & \sigma_{xy} &= \sigma_{1xy} = \sigma_{2xy}; \\ \varepsilon_y &= \beta_1^z \varepsilon_{1z} + (1 - \beta_1^z) \varepsilon_{2z}; & \varepsilon_x &= \varepsilon_{1x} = \varepsilon_{2x}; \\ \varepsilon_{zy} &= \beta_1^z \varepsilon_{1zy} + (1 - \beta_1^z) \varepsilon_{2zy}; & \varepsilon_z &= \varepsilon_{1z} = \varepsilon_{2z}; \\ \varepsilon_{xy} &= \beta_1^z \varepsilon_{1xy} + (1 - \beta_1^z) \varepsilon_{2xy}; & \varepsilon_{xz} &= \varepsilon_{1xz} = \varepsilon_{2xz}, \end{aligned} \quad (9)$$

где σ_{ij} , ε_{ij} , σ_{1ij} , ε_{1ij} , σ_{2ij} , ε_{2ij} ($i, j = x, y, z$) – напряжения и деформации соответственно в слое dz , частице и матрице;

β_1^z – коэффициент армирования,

$$\beta_1^z = \begin{cases} 2 \left(\frac{b-h}{b} + \sqrt{\left(\frac{b-h}{b} \right)^2 + \left(\frac{4h}{\beta^* b} \right)^{-1}} \right), & 0 \leq z \leq h_1/2; \\ 0, & \frac{h_1}{2} < z \leq \frac{h_1+h_2}{2}. \end{cases}$$

Условия равновесия и совместности деформаций структурного элемента определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{iz} \rangle &= \sigma_{iz}; & \langle \varepsilon_{iz} \rangle &= \frac{2}{h_1 + h_2} \int_0^{(h_1+h_2)/2} \varepsilon_{iz} dz; & (i = x, y, z); \\ \langle \sigma_{ij} \rangle &= \frac{2}{h_1 + h_2} \int_0^{(h_1+h_2)/2} \sigma_{ij} dz; & \langle \varepsilon_{ij} \rangle &= \varepsilon_{ij}; & (i, j = x, y), \end{aligned} \quad (10)$$

где $\langle \sigma_{ij} \rangle$ и $\langle \varepsilon_{ij} \rangle$ – осредненные по объёму элемента напряжения и деформации.

Таким образом, применяя формулы (9), (10) и обобщённый закон Гука, определим компоненты тензоров податливости или жёсткости соответственно для древесной частицы, слоя dz , матрицы и повторяющегося элемента.

Используя расчётные характеристики однонаправленного армированного элемента (табл. 1), методом осреднения [3, 4] находим упругие ха-

рактические характеристики трансверсально армированного композита. В случае использования предположения Фойгта об однородности поля перемещений [4] компоненты тензора жесткости определяем по зависимостям

$$A_{mnp s} = \frac{1}{V} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} A_{ijkl}^{(i)} l_{im} l_{jn} l_{kp} l_{ls} v(\xi, \varphi) \sin \xi d \xi d \varphi; \quad (11)$$

(i, j, k, l = x, y, z; m, n, p, s = 1, 2, 3),

где $l_{im} l_{jn} l_{kp} l_{ls}$ – направляющие косинусы между осями координат связанной с древесной частицей системой и системой ортогональных осей 1, 2, 3 древесностружечной плиты (1 – в направлении по длине, 2 – по ширине, 3 – по толщине);

$v(\xi, \varphi)$ – функция углов ξ и φ .

Согласно [1], функция $v(\xi, \varphi)$ характеризует изменение расчётного объема i -го направления армирования (при условии независимости коэффициента армирования от направления) и меняется по эллипсоидальной зависимости

$$v(\xi, \varphi) = (a^2 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi \sin^2 \xi + c^2 \cos^2 \xi)^{-1/2};$$

$$V = 2 \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} v(\xi, \varphi) \sin \xi d \xi d \varphi, \quad (12)$$

где a, b, c – полуоси эллипсоида, ориентированные по направлениям взаимно ортогональных осей 1, 2, 3 материала ДСтП.

Угол ξ определяет направление радиус-вектора рассматриваемой точки поверхности $v(\xi, \varphi)$ относительно оси 3. Отметим, что формула (12) получена аппроксимацией экспериментальных данных изменения скорости ультразвука и модуля упругости при растяжении для вырезанных из плит образцов в зависимости от направления относительно оси 1 (вдоль длины плиты) и экспертной оценки количества частиц, ориентированных в направлении толщины (ось 3).

В случае использования предположения Рейсса об однородности поля усилий [4] для расчета компонент тензоров податливости ДСтП используем соотношения

$$a_{mnp s} = \frac{1}{V} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} a_{ijkl}^{(i)} l_{im} l_{jn} l_{kp} l_{ls} v(\xi, \varphi) \sin \xi d \xi d \varphi. \quad (13)$$

Результаты расчета упругих характеристик по зависимостям (12), (13) с учетом исходных данных (табл.1), а также экспериментальные данные других авторов приведены в (табл. 2). Из анализа упругих характеристик ДСтП (табл. 2) с учетом пористости плиты и неполной взаимосвязи между древесными частицами переменной длины следует, что полученные в работе результаты удовлетворительно согласовываются с экспериментальными данными работ [2, 5, 8].

Таблица 2

Методы определения	E_x	E_y	E_z	G_{xy}	G_{xz}	G_{yz}	ν_{xy}	ν_{xz}	ν_{yz}
Теоретические:									
по Рейссу	980	940	430	400	160	150	0,11	0,37	0,210
по Фойгту	3030	2700	350	1080	150	140	0,17	0,18	0,130
Экспериментальные:									
по [8]	3158	2737	350	1097	173	173	0,23	0,01	0,010
по [2]	2990	2990	170	1750	180	180	0,25	0,23	0,013
по [5]	3000	3000	350	1230	310	310	0,22	0,20	0,023

Таким образом, предложенную нами модель можно использовать для прогнозирования упругих характеристик пространственно армированного материала, в частности ДСтП, с учетом специфики контакта между древесными частицами и наличия пустот.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Браунс А.Я., Кравинский В.К., Снилва М.О. Определение упругих характеристик деформируемости дисперсно-армированного бетона // Проектирование и оптимизация конструкций инженерных соединений. - Рига, 1986. - С. 87 - 97. [2]. Зигельбойм С.Н. Упругая анизотропия древесностружечных плит // Технология древесных плит и пластиков. - Свердловск, 1984. - С. 8 - 11. [3]. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. - М., 1982. - 334 с. [4]. Малмейстер А.К., Тамуж В.П., Тетерс Г.А. Сопротивление жестких полимерных материалов. - Рига, 1972. - 488 с. [5]. Поздняков А.А. О методике механических испытаний древесностружечных плит // Заводская лаборатория. - 1997. - Т. 43, № 6. - С. 745-748. [6]. Поздняков А.А. Прочность и упругость композиционных материалов. - М., 1988. - 134 с. [7]. Хорошун Л.П. и др. Механика композитов. Т.3: Статистическая механика и эффективные свойства материалов. - К., 1993. - 388 с. [8]. Brauns Ya.A., Rocens K.A. An applied model for a composite with short lengths reinforcement and incomplete bonding // Mec. Comp. Mat. - 1991. - № 5. - P. 869 - 875. [9]. Cox H.L. The elasticity and strength of paper and other fibrous material// Brit. J. Appl. Phys.- 1952. - Vol. 3, N 3. - P.72 - 79. [10]. Shaffer B.W. Elasto-plastic stress distribution within reinforced plastics loaded normal to its internal filaments // AIAAJ.-1968.- Vol. 6, N 12. - P. 2316 - 2324. [11]. Wilson J.B., Krahmer R.L. Particleboard: microscopic observation of resin distribution and board fracture // Forest Products Journal. - 1976. - Vol. 26, N 11, X1. - P. 42 - 45.

Поступила 2 апреля 1997 г.