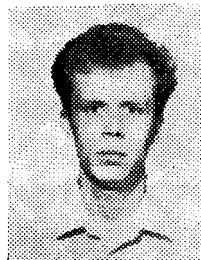


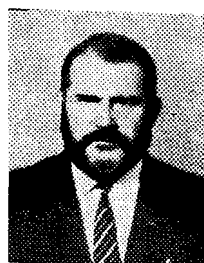
УДК 676.017

Я. В. КАЗАКОВ, В. И. КОМАРОВ

Казakov Яков Владимирович родился в 1966 г., окончил в 1990 г. Архангельский лесотехнический институт, аспирант кафедры технологии целлюлозно-бумажного производства Архангельского государственного технического университета. Имеет 14 научных трудов в области деформативности и прочности целлюлозно-бумажных материалов.



Комаров Валерий Иванович родился в 1946 г., окончил в 1969 г. Ленинградскую лесотехническую академию, кандидат технических наук, профессор, заведующий кафедрой технологии ЦБП Архангельского государственного технического университета. Имеет 97 печатных работ в области исследования свойств деформативности и прочности целлюлозно-бумажных материалов.



## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА КРИВЫХ ЗАВИСИМОСТИ НАПРЯЖЕНИЕ — ДЕФОРМАЦИЯ, ПОЛУЧЕННЫХ ПРИ ИСПЫТАНИИ НА РАСТЯЖЕНИЕ ЦЕЛЛЮЛОЗНО-БУМАЖНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Показана возможность математической обработки кривых зависимости напряжение — деформация с помощью разработанной для ПЭВМ программы, которая позволяет получать спектр характеристик деформативности и прочности, оценивающих качество целлюлозно-бумажных материалов, и рассчитывать усредняющую кривую, отражающую характер деформирования данного материала.

The possibility of stress-strain curves' mathematical processing based on PC program which enables to obtain a spectrum of deformity and strength characteristics that estimate the pulp-and-paper materials' quality as well as to calculate the mean curve which reflects the material's deformation character has been shown.

Кривая зависимости напряжение — деформация ( $\sigma - \epsilon$ ), получаемая обработкой индикаторной диаграммы нагрузка — удлинение ( $P - \Delta l$ ) при статических испытаниях на растяжение, позволяет оценить процесс деформирования и, являясь интегральной характеристикой механических свойств, широко применяется в материаловедении [1, 2, 7]. Такую диаграмму при исследовании целлюлозно-бумажных материалов можно получить на разрывных машинах, оснащенных устройством для

записи нагрузки и изменения деформации образца в процессе испытаний.

С помощью математической обработки кривых зависимости  $\sigma - \epsilon$  получают спектр характеристик, оценивающих качество материалов, в том числе целлюлозно-бумажных [3, 8].

Ход кривой  $\sigma - \epsilon$  зависит как от структуры материала, так и изменений в структуре, вызванных возрастающим силовым полем. При этом кривая, фиксирующая процесс разрушения, имеет во многих случаях характер, сложный для математического описания в виде функции  $\sigma = f(\epsilon)$ .

Обработка экспериментальной кривой связана с трудоемкой вычислительной работой, которую позволяют выполнить программы, разработанные и реализованные для ЭВМ ЕС-1022 [5, 8]. Перед проведением вычислений производят табулирование экспериментальных кривых. Для этого отрезок на индикаторной диаграмме по оси деформаций  $\epsilon_p$  делят на отрезки  $\delta\epsilon_i$  равные 1 мм. На концах отрезков, называемых узлами интерполяции, измеряют величину нагрузки в миллиметрах. Используя метод наименьших квадратов, экспериментальные данные аппроксимируют полиномом вида

$$\sigma_i = b_0 + b_1\epsilon_i + b_2\epsilon_i^2 + \dots + b_m\epsilon_i^m,$$

где  $m$  для обеспечения минимальной погрешности аппроксимации задают от 2 до 4. По первым трем точкам в узлах интерполяции строят полином второго порядка, используя который, рассчитывают характеристики начального участка зависимости. Результаты расчетов представляют в виде таблиц [8].

С введением в практику научных исследований персональных ЭВМ появилась необходимость реализовать вышеуказанный алгоритм для IBM-совместимых компьютеров. Была составлена новая программа, использующая дополнительные возможности персональных ЭВМ для ввода исходных данных и вывода результатов расчета. Введенные исходные данные записывают на магнитный диск, что дает возможность при необходимости вносить изменения и производить повторные вычисления. Результаты расчетов представляют в виде таблиц и графиков, выводят на экран дисплея и при необходимости — на печать в порядке, определяемом пользователем.

Одновременно был уточнен алгоритм расчета характеристик начального и конечного прямолинейных участков кривой зависимости  $\sigma - \epsilon$ . Для этих участков определяют коэффициенты уравнений аппроксимирующих прямых, если количество узлов интерполяции в них составляет более двух. При наличии у экспериментальной кривой начального и (или) конечного прямолинейных участков модули упругости  $E_1$  и  $E_2$  рассчитывали на основании угла наклона аппроксимирующей прямой, в противном случае — тангенса угла наклона касательных в первой и последней точках кривой. Аппроксимацию экспериментальных данных вышеприведенным полиномом производили после исключения точек, попадающих на прямолинейные участки. Расширить возможности программы позволили включенная в нее подпрограмма для расчета времени релаксации напряжения  $n$  при использовании уравнения типичного тела [4].

В связи с высокой неоднородностью структуры целлюлозного волокнистого материала характер диаграммы  $\sigma - \epsilon$  и величины получаемых характеристик могут различаться в параллельных испытаниях одной выборки. Поэтому особое значение приобретает статистическая обработка результатов.

После выполнения вычислений разработанная нами программа выдает результаты всех параллельных испытаний образцов одной

Таблица 1

Математическая обработка кривых зависимости  $\sigma - \epsilon$  для образцов сульфатной целлюлозы (степень помола 35° ШР; ширина образца 15 мм; длина 100 мм; скорость испытаний 50 мм/мин)

Номер кривой	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$\sigma_1$	$\sigma_p$	$\sigma_3$	$\epsilon_1$	$\epsilon_p$	$\epsilon_3$	$A_p$ , мДж
	МПа			МПа			%			
1	6555	1372	2818	19,0	72,7	28,7	0,30	3,20	0,56	214,0
2	5606	1290	3195	21,9	71,0	32,7	0,10	3,20	0,69	226,2
3	6669	1261	3236	16,8	68,1	25,3	0,26	3,20	0,51	220,9
4	4907	1314	3098	14,3	75,2	31,1	0,30	3,60	0,78	264,2
5	6232	1290	3163	15,8	73,6	27,9	0,26	3,40	0,60	245,0
6	5026	1308	3183	19,6	81,1	39,1	0,40	3,60	0,91	282,1
7	9232	1282	4012	23,3	78,2	35,5	0,26	2,80	0,53	229,7
8	6443	1348	3537	18,7	72,8	32,3	0,30	3,00	0,64	208,7
9	6982	1325	3562	18,9	65,0	29,4	0,28	2,60	0,54	166,5
10	6229	1303	2863	18,1	78,2	29,8	0,30	3,60	0,64	271,9

Среднее арифметическое значение показателей

— | 6388 | 1310 | 3267 | 18,7 | 73,6 | 31,2 | 0,31 | 3,22 | 0,64 | 232,9

Среднее квадратическое отклонение

— | 1213 | 32 | 356 | 2,7 | 4,9 | 4,0 | 0,05 | 0,35 | 0,13 | 34,3

Коэффициент вариации, %

— | 19,0 | 2,5 | 10,9 | 14,3 | 6,6 | 12,7 | 17,2 | 10,7 | 19,8 | 14,7

Номер кривой, наиболее близкой к средней

— | 8 | 6 | 3 | 8 | 5 | 4 | 1 | 1 | 8 | 7

Примечание.  $E_1$  — начальный модуль упругости;  $E_2$  — модуль упругости в области предразрушения;  $E_3$  — эффективный модуль упругости;  $\sigma_1$  — предел упругости;  $\sigma_p$  — разрушающее напряжение;  $\sigma_3$  — эффективное напряжение;  $\epsilon_1$  — упругая деформация;  $\epsilon_p$  — деформация разрушения;  $\epsilon_3$  — эффективная деформация;  $A_p$  — работа разрушения.

выборки, а также среднеарифметическую величину показателей, их среднеквадратическое отклонение, коэффициент вариации и номера кривых, у которых величина данной характеристики наиболее близка к среднему значению (табл. 1).

Изменения показателей, наблюдаемые в процессе испытания каждого образца, оформляют в виде таблиц (табл. 2), с помощью которых можно оценить кинетику процесса деформирования и разрушения материала.

Серьезную проблему представляет выбор кривой  $\sigma - \epsilon$ , наилучшим образом описывающей характер деформирования данного образца. Наша программа дает возможность выбрать любой из следующих вариантов.

1. За среднюю принимают кривую, имеющую наиболее близкий к среднему показатель разрушающего усилия [8] или любой другой показатель, хотя остальные ее показатели могут существенно отличаться от средних (табл. 2).

2. Используя уравнение типичного тела в качестве модели деформирования и задаваясь средними расчетными величинами  $E_1$ ,  $E_2$  и  $n$ , вычисляют координаты ( $\sigma_i$ ,  $\epsilon_i$ ) всех точек расчетной кривой и оценивают точность совпадения ее характеристик со средними значениями (табл. 3). Ограничением применимости данного подхода является то, что не всегда указанная модель удовлетворительно описывает характер деформирования целлюлозного материала.

3. Среднюю кривую рассчитывают по методике Меридита [6]. После испытания заданного числа образцов отбирают несколько кривых, у

Таблица 2  
Математическая обработка экспериментальной кривой № 5  
(толщина образца 101,3 мкм)

Но- мер точки на кри- вой	$P_{\tau}$ , Н	$\varepsilon_{\tau}$	$\sigma_{\tau}$ , МПа	$E_{о.д}$ , МПа	$E_{\tau}$ , МПа	$A_{\tau}$ , мДж	$n$ , с
2	19,62	0,002	12,91	6453	6453	1,9	0,00
3	31,39	0,004	20,65	5163	3872	7,0	7,92
4	43,16	0,006	28,40	4732	3872	14,5	8,24
5	51,01	0,008	33,56	4195	2581	23,9	7,46
6	58,86	0,010	38,72	3872	2581	34,9	7,53
7	61,75	0,012	12,60	3519	1936	17,2	7,33
8	70,63	0,014	46,47	3319	1936	60,8	7,35
9	76,52	0,016	50,34	3146	1936	75,5	7,47
10	80,44	0,018	52,92	2940	1290	91,2	7,27
11	84,37	0,020	55,50	2775	1290	107,7	7,15
12	88,29	0,022	58,09	2640	1290	124,9	7,07
13	92,21	0,024	60,67	2527	1290	143,0	7,02
14	96,14	0,026	63,25	2432	1290	161,8	6,98
15	100,06	0,028	65,83	2351	1290	181,4	6,96
16	103,99	0,030	68,41	2280	1290	201,8	6,94
17	107,91	0,032	70,99	2218	1290	223,0	6,93
18	111,83	0,034	73,57	2164	1290	245,0	6,92

Примечание.  $P_{\tau}$  — текущее усилие;  $\varepsilon_{\tau}$  — текущая деформация;  $\sigma_{\tau}$  — текущее напряжение;  $E_{о.д}$  — модуль общей деформации (секущий модуль упругости);  $E_{\tau}$  — текущий модуль упругости, соответствующий выбранной точке на кривой;  $A_{\tau}$  — текущая работа деформирования;  $n$  — время релаксации напряжения.

Таблица 3  
Усредненная кривая, рассчитанная по уравнению типичного тела  
( $E_1 = 6390$  МПа;  $E_2 = 1310$  МПа;  $n = 7,4$  с;  
толщина образца 100,2 мкм)

Но- мер точки на кри- вой	$P_{\tau}$ , Н	$\varepsilon_{\tau}$	$\sigma_{\tau}$ , МПа	$E_{о.д}$ , МПа	$E_{\tau}$ , МПа	$A_{\tau}$ , мДж	ТЕА, мДж
2	16,98	0,0020	11,29	5646	5646	1,7	1,13
3	30,34	0,0040	20,18	5044	4443	6,4	4,28
4	41,08	0,0060	27,33	4554	3573	13,5	9,03
5	49,94	0,0080	33,22	4152	2945	22,6	15,08
6	57,44	0,0100	38,20	3820	2492	33,4	22,22
7	63,94	0,0120	42,53	3544	2164	45,5	30,30
8	69,74	0,0140	46,38	3313	1927	58,9	39,19
9	75,02	0,0160	49,90	3118	1755	73,3	48,82
10	79,93	0,0180	53,16	2953	1632	88,8	59,12
11	84,56	0,0200	56,24	2812	1542	105,3	70,06
12	89,01	0,0220	59,20	2691	1478	122,6	81,61
13	93,31	0,0240	62,06	2586	1431	140,9	93,73
14	97,52	0,0260	64,86	2494	1397	160,0	106,42
15	101,65	0,0280	67,61	2414	1373	179,9	119,67
16	105,72	0,0300	70,32	2343	1355	200,6	133,46
17	109,76	0,0320	73,00	2281	1343	222,2	147,80

Примечание. Здесь и в табл. 4 ТЕА — энергия, поглощаемая при растяжении (определяется как площадь под кривой  $\sigma - \varepsilon$ ).

которых величины разрушающего усилия  $P_p$ , деформации разрушения  $\varepsilon_p$  и работы разрушения  $A_p$  наиболее близки к средним значениям. По

Рис. 1. Первоначальная обработка кривой усилие — удлинение по Меридиту [6]

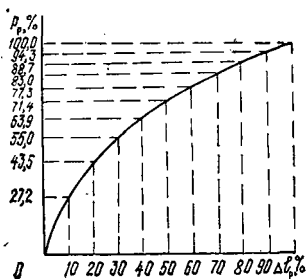


Рис. 2. Кривые зависимости  $\sigma - \epsilon$  для серии образцов параллельных испытаний: 1, 2 — экспериментальные кривые, имеющие максимальное отклонение от усредненных; 3 — усредняющая кривая, рассчитанная при использовании в качестве модели деформирования уравнения типичного тела; 4 — усредняющая кривая, рассчитанная по методике Меридита

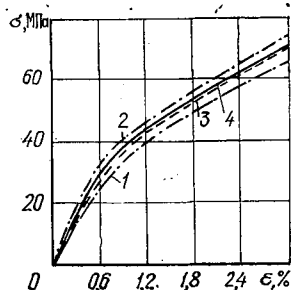


Таблица 4

Усредненная кривая, рассчитанная по методике Меридита

Но- мер точки на кривой	$P_r$ , Н	$\epsilon_r$	$\sigma_r$ , МПа	$E_{o.д.}$ , МПа	$E_{\tau}$ , МПа	$A_{\tau}$ , мДж	ГЕА, мДж
2	30,13	0,0032	20,04	6223	6223	4,85	3,23
3	48,09	0,0064	31,98	4966	3709	17,44	11,60
4	60,91	0,0097	40,51	4193	2647	34,99	23,27
5	70,74	0,0129	47,05	3653	2032	56,19	37,37
6	78,96	0,0161	52,52	3261	1696	80,29	53,40
7	85,57	0,0193	56,92	2946	1366	106,78	71,02
8	91,84	0,0225	61,09	2710	1295	135,34	90,02
9	98,11	0,0258	65,26	2533	1295	165,93	110,36
10	104,39	0,0290	69,43	2395	1295	198,53	132,04
11	110,66	0,0322	73,60	2285	1295	233,15	155,07

этим кривым фиксируют нагрузки, соответствующие 10...100 % разрывного удлинения образца  $\Delta l_p$  и выражают в процентах от  $P_p$  (рис. 1). Таким образом получают ряд точек для построения кривой зависимости нагрузки (% от разрывной) от удлинения (% от разрывного). С помощью средних значений  $P_p$  и  $\epsilon_p$  проценты пересчитывают в абсолютные величины  $P_i$  и  $\epsilon_i$ , по этим данным строят типичную кривую  $\sigma - \epsilon$  и производят все необходимые вычисления (табл. 4).

Вывод на экран графиков зависимости  $\sigma - \epsilon$  для всех параллельных испытаний с предоставлением возможности распечатки позволяет оценить разброс хода экспериментальных кривых и выбрать усредняющую кривую, отражающую характер деформирования для серии образцов (рис. 2).

Таким образом, используя математическую обработку результатов испытаний на растяжение с получением диаграммы  $\sigma - \epsilon$ , можно дать

всестороннюю оценку изменения исследуемых характеристик целлюлозного волокнистого материала как в процессе деформирования, так и в точке разрушения. Такой подход позволяет найти критерии оценки качества материала при работе в реальных условиях и при разработке новых видов продукции с заданными свойствами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Бартенев Г. М. Прочность и механизм разрушения полимеров.— М.: Химия, 1984.— 280 с. [2]. Ван Флек Л. Теоретическое и прикладное материаловедение.— М.: Атомиздат, 1975.— 472 с. [3]. Комаров В. И. Анализ зависимости напряжение — деформация при испытании на растяжение целлюлозно-бумажных материалов // Лесн. журн.— 1993.— № 2—3.— С. 123—131.— (Изв. высш. учеб. заведений). [4]. Комаров В. И., Казаков Я. В. Определение времени релаксации напряжения целлюлозно-бумажных материалов из статических кривых  $\sigma - \epsilon$  при деформировании и нагружении с постоянной скоростью // Лесн. журн.— 1993.— № 5—6.— С. 130—133.— (Изв. высш. учеб. заведений). [5]. Комаров В. И., Хабаров Ю. Г. Обработка индикаторных диаграмм, полученных испытанием на растяжение, при помощи ЭВМ // Химия и технология целлюлозы: Межвуз. сб. науч. тр.— Л.: РИО ЛТА, 1979.— Вып. 6.— С. 94—96. [6]. Мортон В. Е., Херл Д. В. Механические свойства текстильных волокон.— М.: Легкая индустрия, 1971.— 278 с. [7]. Фудзи Т., Дзако М. Механика разрушения композиционных материалов.— М.: Мир, 1982.— 232 с. [8]. Хабаров Ю. Г., Комаров В. И. Оценка последовательности разрушения целлюлозных волокнистых материалов // Бум. пром-сть.— 1986.— № 6.— С. 16—17.

Поступила 30 марта 1995 г.