

УДК 674.05 : 534.1

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ФАКТОРОВ  
НА ГИРОСКОПИЧЕСКИЕ РЕАКЦИИ ПОДШИПНИКОВ**

*Т. П. СТУКОВА, И. А. ПОПОВА*

Архангельский лесотехнический институт

Проявление гироскопических эффектов в различных машинах и механизмах весьма разнообразно [2]. Рассмотрим влияние гироскопических эффектов на характер колебаний фрезерной головки фрезерно-брусующего станка и гироскопические реакции подшипников, вызванные динамической неуравновешенностью фрезерной головки.

Уравнения малых колебаний динамически неуравновешенного ротора на упругом валу приведены нами в работе [1]. Эти же уравнения описывают и малые колебания фрезерной головки:

$$\begin{aligned} A\ddot{\beta} - H\dot{\alpha} + c\beta &= -(A - C)\epsilon\omega_{30}^2 \cos \omega_{30}t; \\ A\ddot{\alpha} + H\dot{\beta} + c\alpha &= (A - C)\epsilon\omega_{30}^2 \sin \omega_{30}t, \end{aligned} \tag{1}$$

где  $A, C$  — главные моменты инерции фрезерной головки;

$\alpha, \beta$  — углы, обусловленные изгибом оси вала;

$c$  — жесткость вала на изгиб;

$\omega_{30}$  — угловая скорость вала;

$H$  — кинетический момент фрезерной головки;

$\epsilon$  — угол отклонения главной оси инерции фрезерной головки  $Z$  от конструктивно заданной оси подшипников (рис. 3 [1]).

Частные решения системы линейных неоднородных уравнений (1) находим в виде

$$\beta = -R_{\beta} \cos \omega_{30}t; \quad \alpha = R_{\alpha} \sin \omega_{30}t. \tag{2}$$

Здесь  $R_{\alpha}, R_{\beta}$  — амплитуды вынужденных колебаний (максимальные углы поворотов диска вокруг осей Резаля, рис. 4 [1]).

После подстановки (2), первых и вторых производных по времени от (2) в систему уравнений (1) имеем:

$$R_{\beta} = -R_{\alpha} = \frac{\epsilon\omega_{30}^2(A - C)(H\omega_{30} + A\pi_{30}^2 - c)}{(A\omega_{30}^2 - c)(A\omega_{30}^2 - c) - H^2\omega_{30}^2} \tag{3}$$

или

$$R_{\beta} = \epsilon D,$$

где  $D$  — коэффициент при  $\epsilon$ .

Наличие в левых частях уравнений (1) гироскопических членов  $H\dot{\alpha}$  и  $H\dot{\beta}$  не только связывает углы  $\alpha$  и  $\beta$  [1], но позволяет вычислить гироскопические реакции подшипников.

При  $\alpha \ll 1$  гироскопические моменты относительно осей 1 и 2 (рис. 4 [1])  $M_1^r$  и  $M_2^r$  определяем по формулам [1]:

$$\begin{aligned} M_1^r &= H\dot{\beta} \cong HR_{\beta}\omega_{30} \sin \omega_{30}t; \\ M_2^r &= -H\dot{\alpha} \cong HR_{\alpha}\omega_{30} \cos \omega_{30}t. \end{aligned} \tag{4}$$

Обозначив через  $F_1$  и  $F_2$  проекции сил, действующих на подшипники в двух взаимно перпендикулярных направлениях, получим:

$$F_1 = \frac{H\dot{\beta}}{l} = \frac{C\omega_{30}^2 R_\beta \sin \omega_{30} t}{l}; \quad F_2 = -\frac{H\dot{\alpha}}{l} = -\frac{C\omega_{30}^2 R_\alpha \cos \omega_{30} t}{l} \quad (5)$$

Таблица 1

$\omega_{30}, \text{с}^{-1}$	$D \cdot 10^{-3}$	$ R_\beta  =  R_\alpha ,$ рад	$ F_1^{max}  =  F_2^{max} ,$ Н
1	2	3	4
31,2	2,1473	0,0000372	0,8970
	0,5899	0,0000102	0,0695
46,8	4,8184	0,0000835	4,53081
	1,3265	0,0000231	0,35400
65	9,253527	0,0001604	16,78915
	2,555680	0,0000446	1,32000
85	15,72078	0,0002726	48,64514
	4,36246	0,0000761	3,85200
104,7	23,615700	0,0004096	110,89936
	6,591483	0,0001150	8,83200
117,75	29,7391	0,0005158	177,17438
	8,3383	0,0001455	14,13300

Название элементов, на которые разбивают фрезу при вычислении момента инерции	Размеры элементов, см			Координаты центра тяжести элементов, см			Масса $m_i$ , кг
	$R$	$r$	$l$	$x_i$	$y_i$	$z_i$	
1	2	3	4	5	6	7	8
1. Обод	46	44 41,8	4,2	17,86	0	0	28,503
2. Часть ступицы с вырезанным конусом	9,75		12,5	13,9	0	0	19,280
3. Часть ступицы — полый цилиндр	9,75		5	5,2	0	0	4,7859
4. » » » »	10		1	5,7	0	0	0,12177
5. Корпус — полый цилиндр	27,5	9,75	2	5,2	0	0	32,666
6. Пильный диск	9,5	4	1,6	0,8	0	0	2,930
7. Пила	28	9,5	1,2	0,6	0	0	20,530
8. Нож — прямой параллелепипед	$a=5,7$	$b=21$	$c=17,4$	11,7	33,81	0	16,376
9. » » » »	5,7	21	17,4	11,7	0	33,81	16,376
10. » » » »	5,7	21	17,4	11,7	0	0	16,376
11. » » » »	5,7	21	17,4	11,7	0	-33,81	16,376
12. Верхнее крепление ножа	0	0	0	18,1	39	0	0,710
13. » » » »	0	0	0	18,1	0	39	0,710
14. » » » »	0	0	0	18,1	-39	0	0,710
15. » » » »	0	0	0	18,1	0	-39	0,710
16. Нижнее крепление ножа	0	0	0	3,2	22	0	0,710
17. » » » »	0	0	0	3,2	0	22	0,710
18. » » » »	0	0	0	3,2	-22	0	0,710
19. » » » »	0	0	0	3,2	0	-22	0,710
$\Sigma$				$x_c = 9,52$ см			180

Примечание.  $C = I_{cx} = 8,331704 + 4,028644 + 4,028644 = 16,388992 \approx 16,39$

или

$$|F_1^{max}| = |F_2^{max}|.$$

Здесь  $l$  — расстояние между подшипниками ( $l = 0,664$  м).

По формулам (5) вычислим гироскопические реакции подшипников на примере фрезерного узла ФБС-750 с фрезерной головкой, условно обозначенной Ф-1. Ее характеристики:  $C_1 = 16,39$  кг · м<sup>2</sup>;  $A_1 = 9,08$  кг · м<sup>2</sup>.

Зададимся величиной динамической неуравновешенности. Пусть  $\epsilon = 1^\circ$ . По формуле Мора вычислим коэффициент влияния  $\delta_{11}$  (угол поворота в центре тяжести фрезерной головки от единичного момента, приложенного в этой же точке). Зная  $\delta_{11}$ , легко найти  $c$ :

$$c = \frac{1}{\delta_{11}} = \frac{1}{0,302 \cdot 10^{-6}} \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Значения  $D$ ,  $R_\beta$ ,  $R_\alpha$ ,  $F_1^{max} = F_2^{max}$  при различных  $\omega_{30}$  приведены в табл. 1 (в числителе). Так как  $F_1^{max}$  и  $F_2^{max}$  связаны прямой зависимостью с  $\epsilon$ , то при изменении  $\epsilon$  пропорционально изменяются  $F_1^{max}$  и  $F_2^{max}$ .

Изменим конструкцию фрезерной головки. Новую конструкцию назовем Ф-2. Ее характеристики:  $C_2 = 4,652$  кг · м<sup>2</sup>;  $A_2 = 2,644$  кг · м<sup>2</sup>.

Значения  $D$ ,  $R_\beta$ ,  $R_\alpha$ ,  $F_1^{max} = F_2^{max}$  при различных  $\omega_{30}$  приведены в табл. 1 (в знаменателе).

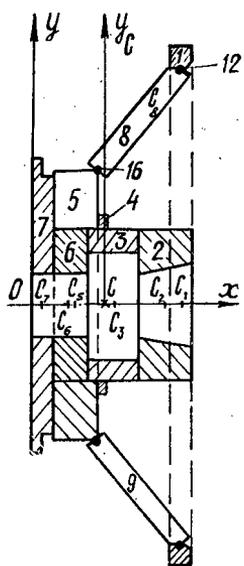
Сравнивая результаты вычислений, нетрудно заметить следующее.

При одних и тех же частотах вращения  $\omega_{30}$  и динамической неуравновешенности гироскопические реакции подшипников вала с фрезой Ф-2 примерно в 12 раз меньше, чем с фрезой Ф-1. Это можно

Таблица 2

Моменты инерции, кг · м <sup>2</sup>			$x_i - x_c$ см	$m_i(x_i - x_c)^2$ кг · м <sup>2</sup>	$m_i y_i^2$ кг · м <sup>2</sup>	$m_i z_i^2$ кг · м <sup>2</sup>
$I_{cx}$	$I_{cy}$	$I_{cz}$				
9	10	11	12	13	14	*15
5,62368	2,18586	2,18586	8,34	0,209829	0	0
0,122929	0,086532	0,086532	4,38	0,036988	0	0
0,036208	0,019101	0,019101	4,32	0,008932	0	0
0,001188	0,000595	0,000595	3,82	0,000178	0	0
1,39027	0,696222	0,696222	7,32	0,175011	0	0
0,015565	0,008251	0,008251	8,72	0,022279	0	0
0,896237	0,448365	0,448365	8,92	0,163350	0	0
0,061391	0,068061	0,0824385	2,18	0,007783	1,871967	0
0,061391	0,0824385	0,068061	2,18	0,007783	0	1,871967
0,061391	0,068061	0,0824385	2,18	0,007783	1,871967	0
0,061391	0,0824385	0,068061	2,18	0,007783	0	1,871967
0	0	0	8,58	0,005227	0,107997	0
0	0	0	8,58	0,005227	0	0,107997
0	0	0	8,58	-0,007227	0,107997	0
0	0	0	8,58	0,005227	0	0,107997
0	0	0	6,32	0,002836	0,034364	0
0	0	0	6,32	0,002836	0	0,034364
0	0	0	6,32	0,002836	0,034364	0
0	0	0	6,32	0,002836	0	0,034364
8,331704	4,375722	4,375722	—	0,679948	4,028644	4,028644

кг · м<sup>2</sup>;  $A = I_{cz} = I_{cy} = 4,375722 + 0,679948 + 4,028644 = 9,084314 \approx 9,08$  кг · м<sup>2</sup>.



Разбивка фрезы на элементы для вычисления моментов инерции

и опустим ножи до ступицы (№ 3). При этом моменты инерции элементов № 7, 8—11 уменьшаются, элементы № 5, 12—15 становятся лишними. Получается новый конструктивный вариант фрезы Ф-1 с моментами инерции  $A_1$ ,  $C_1$ , почти полностью совпадающими с моментами инерции  $A_2$ ,  $C_2$  фрезы Ф-2.

Таким образом, на величины гироскопических реакций влияют моменты инерции фрезерной головки и соотношения между ними. Имеются широкие возможности уменьшения гироскопических реакций варьированием главными моментами инерции фрезерной головки и соотношений между ними так, как показано выше. Задавшись динамическими реакциями, можно решать и обратную задачу, т. е. назначать динамическую неуравновешенность, исходя из допустимых значений амплитуд колебаний и гироскопических реакций.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Блюмин Г. Д., Стукова Т. П. Колебания динамически неуравновешенного ножевого диска рубительной машины // Лесн. журн.— 1976.— № 2.— С. 62—68.— (Изв. высш. учеб. заведений). [2]. Магнус К. Гироскоп. Теория и применение / Под ред. Г. Д. Блюмина.— М.: Мир, 1974.— 525 с.

Поступила 10 апреля 1987 г.

объяснить наличием в формулах (5) для определения  $F_1$  и  $F_2$  кинетического момента  $H = C\omega$  (уменьшение  $C$  в 3,537 раза в такой же степени уменьшает кинетический момент) и амплитуд  $R_\alpha$ ,  $R_\beta$ , содержащих разность  $(A - C)$ .

Сравнивая амплитудные значения  $R_\alpha$ ,  $R_\beta$  (графа 3, табл. 1), можно заметить, что при одних и тех же частотах вращения угловые отклонения фрезы Ф-2 меньше, чем фрезы Ф-1 в 3,6 раза. И эта разница определяется именно уменьшением разности  $(A - C)$ , т. е. различием в конструкциях фрез.

Продемонстрируем на примере фрезы Ф-1 (см. рис.) влияние различных конструктивных элементов на значения  $A_1$  и  $C_1$ . Для этого обратимся к табл. 2, в которой приведены элементы фрезы (графа 1), размеры элементов, координаты их центров тяжести и массы (графы 2—8), моменты инерции этих элементов относительно осей, проходящих через их центры тяжести  $C$  (графы 9—11), значения  $(x_i - x_c)$ ,  $m_i(x_i - x_c)^2$ ,  $m_i y_i^2$ ,  $m_i z_i^2$ , необходимые для вычисления моментов инерции элементов фрезы относительно осей, проходящих через центр тяжести фрезы (графы 12—15). Замечаем, что наибольшее влияние на формирование  $A_1$  и  $C_1$  оказывают элементы № 1, 5, 7, 8—11.

Изменим конструкцию фрезы Ф-1 варьированием ее элементами. Например: откажемся от обода (№ 1) и опустим ножи до ступицы (№ 3). При этом моменты инерции элементов № 7, 8—11 уменьшаются, элементы № 5, 12—15 становятся лишними. Получается новый конструктивный вариант фрезы Ф-1 с моментами инерции  $A_1$ ,  $C_1$ , почти полностью совпадающими с моментами инерции  $A_2$ ,  $C_2$  фрезы Ф-2.

Таким образом, на величины гироскопических реакций влияют моменты инерции фрезерной головки и соотношения между ними. Имеются широкие возможности уменьшения гироскопических реакций варьированием главными моментами инерции фрезерной головки и соотношений между ними так, как показано выше. Задавшись динамическими реакциями, можно решать и обратную задачу, т. е. назначать динамическую неуравновешенность, исходя из допустимых значений амплитуд колебаний и гироскопических реакций.

УДК 674.053

## МЕХАНИЧЕСКИЙ ВИБРОВОЗБУДИТЕЛЬ ДЛЯ ОБРАБОТКИ РЕЗАНИЕМ С ВИБРАЦИЯМИ

Н. В. СОКОЛОВ

Гомельский политехнический институт

При резании древесины, а также ее заменителей (пластмасс и других конструкционных материалов) можно повысить производительность оборудования, стойкость режущего инструмента и улучшить качество поверхности обрабатываемых деталей применением вибрационных движений инструмента с определенной частотой и амплитудой. Вибрационное движение режущего инструмента, в частности возникновение крутильных, тангенциальных или осевых колебаний, можно создать с помощью механических, электрических, пневматических и гидравлических вибровозбудителей [4].

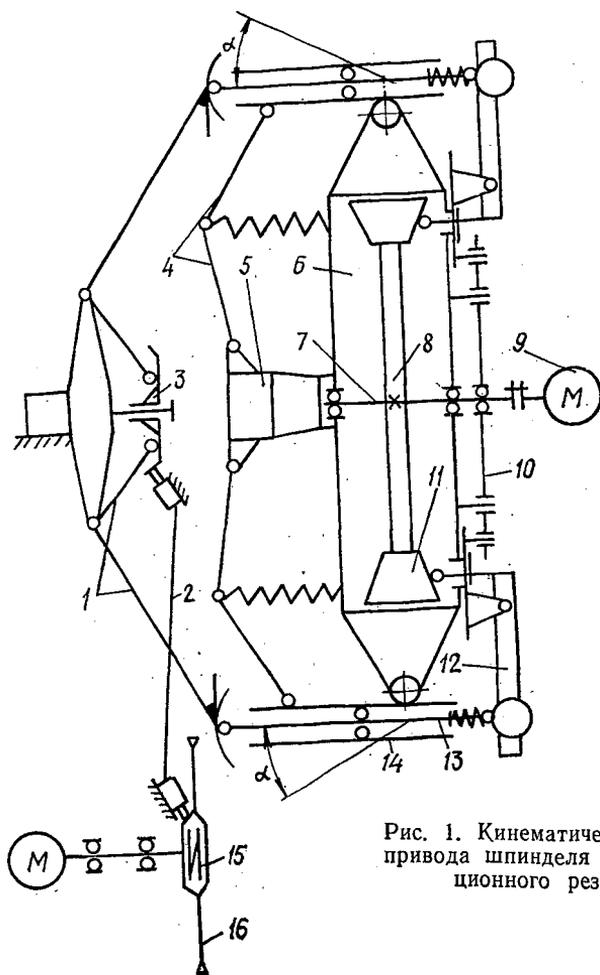


Рис. 1. Кинематическая схема привода шпинделя для вибрационного резания