

УДК 531.001

**С.И. Морозов, Д.Н. Шостенко**

Морозов Станислав Иванович родился в 1929 г., окончил в 1952 г. Ленинградскую лесотехническую академию, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической механики Архангельского государственного технического университета, член-корреспондент РИА, заслуженный деятель науки и техники РФ. Имеет более 160 печатных работ в области изучения устойчивости температурно-напряженного рельсового пути, закрепления его от угона рельсов, удара тел, применения ЭВМ при решении задач механики.



Шостенко Денис Николаевич родился в 1978 г., окончил в 2000 г. Архангельский государственный технический университет, аспирант кафедры теоретической механики АГТУ. Имеет 1 печатную работу в области теории удара.



### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СИЛОВОЙ ФУНКЦИИ ПРИ СЖАТИИ И СОУДАРЕНИИ УПРУГОПЛАСТИЧНЫХ ТЕЛ

Приведены результаты обработки данных лабораторных исследований по контактному сжатию двух тел. Методами математической обработки найдены значения параметров пластичности и нелинейности.

*Ключевые слова:* твердость, пластичность, радиусы тел, силовая функция, коэффициенты пластичности и нелинейности.

Методика экспериментального определения параметров (коэффициентов) пластичности  $B$  и нелинейности  $n$  рассмотрена в работах [3, 5]. Эти параметры относят к основным характеристикам силовой функции, которые выражают связь между сжимающей силой  $F$  и деформацией тел  $\alpha$  в точке их соприкосновения:  $F = F(\alpha)$ .

Цель данной статьи – проанализировать экспериментальные данные и определить с их помощью параметры силовой функции при сжатии упруго-пластичных тел.

Экспериментальные графики зависимости  $F(\alpha)$  показана на рис. 1. Точка  $A$  с координатами  $\alpha_m$  и  $F_m$  делит эту зависимость на две части. Левую (кривая 1) называют фазой нагрузки, правую (кривая 2) – фазой разгрузки. Буквой  $\alpha_1$  обозначена остаточная,  $\alpha_m$  – полная (максимальная) деформа-

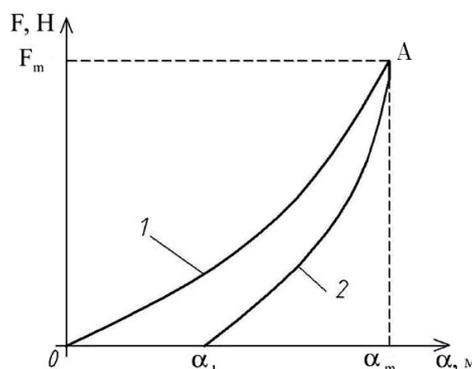


Рис. 1. Экспериментальная зависимость  $F(\alpha)$

ция;  $F_m$  – максимальная сжимающая сила.

Для первой фазы силовую функцию принято [4] выражать по уравнению

$$F = B\alpha^n; \quad (1)$$

для второй фазы – по уравнению

$$F = B_1(\alpha - \alpha_1)^{n_1}, \quad (2)$$

где  $B, n$  – коэффициенты пластичности и нелинейности для первой фазы удара;

$B_1, n_1$  – то же для второй фазы.

Такие исследования ранее были выполнены А.Н. Динником. Результаты их приведены в работе [1], материалы математической обработки – в работе [2]. В наших экспериментах использована в основном эта же методика [5]. Рассмотрено сжатие двух подшипниковых шариков из стали ШХ15, которые имели шесть различных значений твердости и пять значений радиусов. Каждый опыт проводили три раза в два этапа: 1) нагрузка от нуля до 10 000 Н с шагом 1000 Н; 2) разгрузка в обратном порядке от 10 000 Н до нуля.

В качестве примера в табл. 1 приведена часть экспериментального материала.

Таблица 1

Сжимающая сила $F$ , кН	Нагрузка		Разгрузка	
	Деформация тел $\alpha \cdot 10^{-6}$ , м, при диаметре шаров, мм			
	10,319	12,700	10,319	12,700
0	0	0	5,3	3,9
1	2,4	1,1	7,4	5,2
2	3,5	2,5	8,5	5,7
3	6,6	3,7	11,0	6,5
4	8,3	4,9	12,6	7,2
5	10,4	5,6	13,7	7,8
6	12,3	6,3	15,4	8,6
7	14,1	7,2	16,5	9,6
8	15,9	7,9	17,2	10,3
9	17,2	9,4	18,8	11,1
10	19,5	11,3	19,5	11,3

Математическая обработка данных этих и других опытов состояла в их аналитическом и графическом сглаживании, а также аппроксимации значений  $\alpha$  по методу наименьших квадратов.

Принятая обработка не дает возможности полностью устранить погрешность экспериментальных данных, очевидно, из-за недостаточной центровки шаров при их сжатии. Однако экспериментальные материалы в принципе правильно отражают физические закономерности процессов сжатия (и разгрузки) шаров, хотя сомнения в точности определения расчетных величин остаются.

Результаты опытов по определению расчетных параметров  $B$  и  $n$ , а также деформации тел  $\alpha_m$  и  $\alpha_1$  приведены в табл. 2.

Твердость  $T$  материалов шариков изменяли в диапазоне от исходного состояния HRC 65 до конечной HRC 0 за счет термической обработки (отпуск или отжиг). Диаметры шариков определяли с помощью микрометра (с точностью  $\pm 0,001$  мм) по стандартной методике. Значения максимальной  $\alpha_m$  и остаточной  $\alpha_1$  деформации тел найдены с точностью  $\pm 1 \cdot 10^{-6}$  м. Такую же точность имеют опыты А.Н. Динника [1].

Эти данные использованы в дальнейших расчетах, поэтому зависимости  $\alpha_m(T)$  и  $\alpha_1(T)$  аппроксимированы по методу наименьших квадратов уравнениями прямой линии

$$\alpha_m = a_1 - a_2 T; \quad (3)$$

$$\alpha_1 = b_1 - b_2 T. \quad (4)$$

Значения коэффициентов  $a$  и  $b$  для отдельных диаметров шариков приведены в табл. 3.

Графики зависимости коэффициентов пластичности  $B$  и  $B_1$  от твердости  $T$  приведены на рис. 2. Каждый график имеет примерно гиперболический вид.

При большой твердости материала шариков ( $T = 62 \dots 66$  HRC) значения  $B$  достаточно велики. По мере снижения твердости значение  $B$  резко уменьшается. В большинстве случаев при  $0 \leq T \leq 50$  оно сравнительно

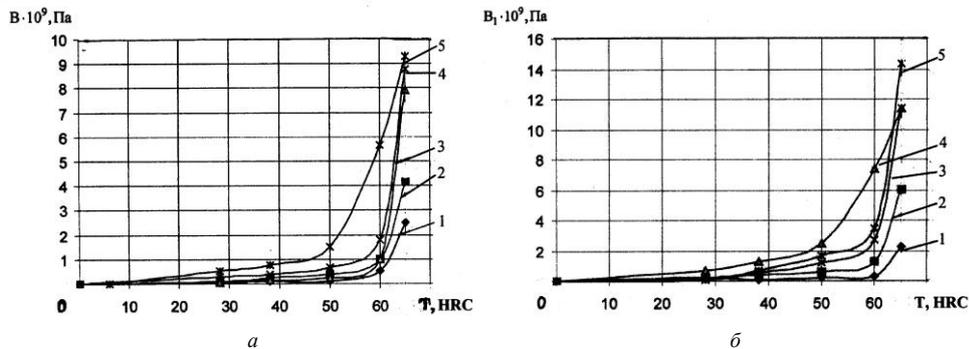


Рис. 2. Зависимость  $B = B(T)$  для случаев загрузки (а) и разгрузки (б) при диаметре шариков: 1 – 10,319; 2 – 12,700; 3 – 15,875; 4 – 18,256; 5 – 22,225 мм



Таблица 2

T, HRC	Диаметр шариков, мм	Нагрузка		Разгрузка		Смятие, м			Скорость, м/с		Коэффициент восста- новления $\epsilon$	
		$B \cdot 10^9$ , Па	$n$	$B_1 \cdot 10^9$ , Па	$n_1$	$\alpha_m \cdot 10^{-6}$	$\alpha_1 \cdot 10^{-6}$	$\Delta\alpha \cdot 10^{-6}$	$v_n$	$u_n$	в опытах	средний
65	10,319	2,512	1,447	2,245	1,396	195	53	142	6,140	3,942	0,642	0,718
	12,700	4,151	1,396	6,035	1,396	113	39	74	3,791	2,752	0,726	
	15,875	7,924	1,485	6,185	1,500	112	42	70	2,421	1,670	0,690	
	18,256	8,751	1,485	11,349	1,500	119	34	85	2,224	1,659	0,746	
	22,225	9,273	1,492	12,806	1,500	99	27	72	1,312	1,033	0,788	
60	10,319	0,353	1,296	0,424	1,187	207	63	144	4,850	3,536	0,729	0,652
	12,700	0,657	1,241	0,675	1,210	158	45	113	4,592	3,212	0,700	
	15,875	0,736	1,228	0,875	1,206	144	49	95	3,318	2,289	0,698	
	18,256	1,806	1,306	1,726	1,268	134	53	81	2,143	1,179	0,550	
	22,225	5,648	1,477	5,059	1,402	112	36	76	1,478	0,884	0,598	
50	10,319	0,297	1,033	0,244	1,109	227	105	122	11,164	5,325	0,477	0,614
	12,700	0,363	1,147	0,406	1,126	190	79	111	6,414	3,823	0,596	
	15,875	0,431	1,106	0,828	1,192	189	80	109	5,965	4,557	0,764	
	18,256	0,563	1,175	0,889	1,179	156	66	90	3,285	2,102	0,690	
	22,225	1,529	1,190	1,050	1,236	138	44	94	3,064	1,660	0,542	
38	10,319	0,093	1,093	0,124	1,003	239	188	51	8,938	2,163	0,242	0,279
	12,700	0,108	1,141	0,229	1,163	213	166	47	3,658	1,043	0,285	
	15,875	0,222	1,210	0,806	1,232	138	114	29	1,709	0,461	0,270	
	18,256	0,375	1,207	0,713	1,203	163	123	40	2,428	0,711	0,293	
	22,225	0,560	1,144	0,716	1,197	188	92	96	3,437	1,052	0,306	
28	10,319	0,043	1,103	0,082	1,170	232	209	23	4,521	0,515	0,114	0,143
	12,700	0,045	1,261	0,204	1,234	203	183	20	2,455	0,390	0,159	

	15,875	0,168	1,091	0,287	1,380	133	119	14	2,760	0,326	0,118	
	18,256	0,262	1,094	0,737	1,381	144	129	15	2,995	0,340	0,112	
	22,225	0,365	1,094	0,888	1,222	212	110	22	2,403	0,507	0,211	
HB 166	10,319	0,013	1,050	0,046	1,017	326	290	36	4,454	0,828	0,186	0,179
(T ≈ 0	12,700	0,047	1,047	0,287	1,133	324	298	26	4,220	0,726	0,172	
в HRC)	15,875	0,118	1,109	0,212	1,002	226	198	28	3,718	0,602	0,162	
	18,256	0,234	1,087	0,258	1,065	245	177	68	3,093	0,551	0,178	
	22,225	0,302	1,141	0,282	1,105	286	205	81	3,009	0,584	0,194	

Таблица 3

Диаметр шариков, мм	$\alpha_m, \text{ м}$		$\alpha_1, \text{ м}$	
	$a_1 \cdot 10^{-6}$	$a_2 \cdot 10^{-6}$	$b_1 \cdot 10^{-6}$	$b_2 \cdot 10^{-6}$
10,319	311,1	1,829	305,0	3,829
12,700	313,9	2,832	303,2	4,226
15,875	205,9	1,218	196,1	2,383
18,256	227,3	1,670	186,5	2,228
22,225	290,5	2,937	197,5	2,810

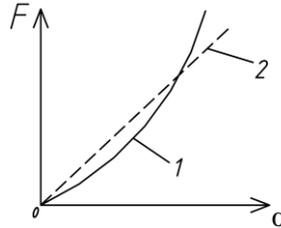
невелико, что свидетельствует о высокой пластичности материала. Примерно такой же вид имеет зависимость  $B_1(T)$ .

Графики зависимости  $F = F(\alpha)$  показаны на рис. 3. При твердости  $T = 63 \dots 65 \text{ HRC}$  показатель  $n$  близок к 1,5 (кривая 1), при  $T \rightarrow 0$  имеем  $n \rightarrow 1$ . В последнем случае зависимость  $F(\alpha)$  аппроксимируется уравнением прямой линии (кривая 2)

$$F = B\alpha. \quad (5)$$

Значение  $B$  при  $n = 1$  можно найти по формуле

$$B = \frac{F_m}{\alpha_m}. \quad (6)$$

Рис. 3. Принципиальная зависимость  $F = F(\alpha)$ 

Таким образом, экспериментальный материал и его анализ дают обоснование параметров упругопластичного удара. С помощью найденных величин  $B, B_1, n, n_1$  можно решать различные задачи упругопластичного удара различных тел.

В частности, для оценки достоверности экспериментальных величин проведем дополнительные вычисления (см. табл. 2). В ней, помимо полученных ранее величин  $B, n, B_1$  и  $n_1$ , приведены экспериментальные значения сжатия шариков ( $\alpha_m$  и  $\alpha_1$ ) и их разности  $\Delta\alpha = \alpha_m - \alpha_1$ .

По формулам, приведенным в работе [3], можно рассчитать также максимальные значения относительной скорости шариков до удара (на первой фазе)  $v_n$  и после удара  $u_n$ :

$$v_n = \sqrt{\frac{2B\alpha_m^{1+n}}{(1+n)M}}; \quad (7)$$

$$u_n = \sqrt{\frac{2B_1\Delta\alpha^{1+n_1}}{(1+n_1)M}}, \quad (8)$$

где  $M$  – масса шариков, зависящая от их диаметров:

$2R, \text{ мм}$	$M, \text{ кг}$	$2R, \text{ мм}$	$M, \text{ кг}$
10,319	0,0045	18,256	0,0248
12,700	0,0084	22,225	0,0448
15,875	0,0163		

Затем для каждого опыта определяли коэффициенты восстановления  $\varepsilon$  по формуле

$$\varepsilon = \frac{u_n}{v_n} = \sqrt{\frac{B_1(1+n)\Delta\alpha^{1+n_1}}{B(1+n_1)\alpha_m^{1+n}}}. \quad (9)$$

Таким образом, экспериментальные значения  $B$ ,  $n$ ,  $B_1$ ,  $n_1$  и вычисленные по ним значения  $\varepsilon$  соответствуют условию задачи на сжатие и соударение упругопластичных тел.

Например, по опытам А.Н. Динника [1],  $\varepsilon = 0,638 \dots 0,670$ , что соответствует нашим опытам при  $T = 65$  НРС. В работе [3, с. 19] для случая соударения стали о сталь имеем: для закаленной стали  $\varepsilon = 0,738$ , для мягкой  $\varepsilon = 0,615$ , т. е. получаем практически те же самые значения, что и в табл. 2.

Это позволяет считать результаты выполненных лабораторных работ вполне достоверными, соответствующими выводам работы [2].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Динник А.Н. Удар и сжатие твердых тел: Избр. тр. Т.1. – Киев: АН СССР, 1952. – С. 13–144.
2. Морозов С.И. Экспериментальное определение параметров силовой функции // Лесн. журн. – 2001. – № 3. – С. 57–63. – (Изв. высш. учеб. заведений)
3. Морозов С.И., Попов М.В., Морозов В.С. Курс лекций по теории удара: Учеб. пособие. – Архангельск: Изд-во АГТУ, 2003. – 110 с.
4. Пановко Я.Г. Введение в теорию механического удара. – М.: Наука, 1997. – 224 с.
5. Шостенко Д.Н. Методика экспериментального определения параметров силовой функции // Актуальные проблемы современной науки. Естественные науки: Тр. 4-й Междунар. конф. молодых ученых и студентов. Ч. 1-3: Математика. Механика. Машиностроение. – Самара: Изд-во СамГТУ, 2003. – С. 121–124.

Архангельский государственный  
технический университет

Поступила 30.03.04

*S.I. Morozov, D.N. Shostenko*

#### **Determination of Potential Function Parameters under Compression and Collision of Elasto-plastic Bodies**

Data processing results of laboratory research for contact compression of two bodies are provided. Values of plasticity and nonlinearity parameters are found by methods of mathematical processing.